

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Министерство образования и науки Республики Северная Осетия-Алания
Алагирский район
МБОУ СОШ с.Майрамадаг

Рассмотрено на заседании
педагогического совета
Протокол №1
от 31.08.2022г.

«Согласовано»
Зам. директора по УВР
Ваниева Л.О.
От 01.09.2022г.



Рабочая программа

учебного предмета

алгебра и геометрия

для

11 класса

основного общего образования

Составитель:
Тибилова Залина Иракльевна
учитель математики

2022-2023
с.Майрамадаг

Рабочая программа
к учебнику «Алгебра и начала математического анализа 11 класс», С.М. Никольский и др., (базовый уровень), 3 часа в неделю

Пояснительная записка.

Рабочая программа составлена к УМК С.М. Никольского и др. «Алгебра и начала математического анализа», 11 класс, на основе федерального компонента государственного стандарта общего образования, примерной программы по математике среднего (полного) общего образования (базовый уровень) для общеобразовательных школ, гимназий, лицеев (сост. Г.М.Кузнецова, Н.Г. Миндюк.), федерального перечня учебников, рекомендованных Министерством образования Российской Федерации к использованию в образовательном процессе в общеобразовательных учреждениях с учетом требований к оснащению образовательного процесса в соответствии с содержанием наполнения учебных предметов компонента государственного стандарта общего образования, базисного учебного плана на 2019-2020 учебный год.

Общая характеристика учебного предмета

При изучении курса математики на базовом уровне продолжают развиваться содержательные линии: *«Алгебра», «Функции», «Уравнения и неравенства», «Геометрия», «Элементы комбинаторики, теории вероятностей, статистики и логики»*, вводится линия *«Начала математического анализа»*. В рамках указанных содержательных линий решаются следующие задачи:

систематизация сведений о числах; изучение новых видов числовых выражений и формул; совершенствование практических навыков и вычислительной культуры, расширение и совершенствование алгебраического аппарата, сформированного в основной школе, и его применение к решению математических и нематематических задач; расширение и систематизация общих сведений о функциях, пополнение класса изучаемых функций, иллюстрация широты применения функций для описания и изучения реальных зависимостей; развитие представлений о вероятностно-статистических закономерностях в окружающем мире, совершенствование интеллектуальных и речевых умений путем обогащения математического языка, развития логического мышления; знакомство с основными идеями и методами математического анализа.

Цели

Изучение математики в старшей школе на базовом уровне направлено на достижение следующих целей: □ **формирование представлений** о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, об идеях и методах математики;

- **развитие** логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для обучения в высшей школе по соответствующей специальности, в будущей профессиональной деятельности;
- **овладение математическими знаниями и умениями**, необходимыми в повседневной жизни, для изучения школьных естественнонаучных дисциплин на базовом уровне, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;
- **воспитание** средствами математики культуры личности: отношения к математике как части общечеловеческой культуры: знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей, понимания значимости математики для общественного прогресса.

Место предмета в базисном учебном плане Согласно Федеральному базисному учебному плану для образовательных учреждений Российской Федерации для обязательного изучения математики на этапе основного общего образования (10-11 классы) отводится **3 часа в неделю**. Рабочая программа конкретизирует содержание предметных тем образовательного стандарта и даёт распределение учебных часов по разделам курса.

В данной рабочей программе на изучение алгебры и начал математического анализа в 11 классе отводится 3 часа в неделю, из расчёта 34 учебных недель – 102 часа в год.

Общеучебные умения, навыки и способы деятельности

В ходе освоения содержания математического образования учащиеся овладевают разнообразными способами деятельности, приобретают и совершенствуют опыт:

построения и исследования математических моделей для описания и решения прикладных задач, задач из смежных дисциплин;

выполнения и самостоятельного составления алгоритмических предписаний и инструкций на математическом материале; выполнения расчетов практического характера; использования математических формул и самостоятельного составления формул на основе обобщения частных случаев и эксперимента; самостоятельной работы с источниками информации, обобщения и систематизации полученной информации, интегрирования ее в личный опыт; проведения доказательных рассуждений, логического обоснования выводов, различения доказанных и недоказанных утверждений,

аргументированных и эмоционально убедительных суждений; самостоятельной и коллективной деятельности, включения своих результатов в результаты работы группы, соотнесение своего мнения с мнением других участников учебного коллектива и мнением авторитетных источников.

ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ПОДГОТОВКИ ВЫПУСКНИКОВ

В результате изучения математики на базовом уровне ученик должен

знать/понимать

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности; вероятностный характер различных процессов окружающего мира.

АЛГЕБРА уметь

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;
- вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства.

ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ уметь

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;
- строить графики изученных функций;
- описывать по графику *и в простейших случаях по формуле* поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;
- решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя *свойства функций* и их графиков;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков.

НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА уметь

- вычислять производные *и первообразные* элементарных функций, используя справочные материалы;
- исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов *и простейших рациональных функций* с использованием аппарата математического анализа;
- *вычислять в простейших случаях площади с использованием первообразной;*

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения.

УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА уметь

- решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, *простейшие иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы;*
- составлять уравнения *и неравенства* по условию задачи;
- использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод;
- изображать на координатной плоскости множества решений простейших уравнений и их систем;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- построения и исследования простейших математических моделей.

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, СТАТИСТИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ уметь

- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;
- вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

□ анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков; □ анализа информации статистического характера.

Содержание курса к учебнику С.М. Никольского и др.

«Алгебра и начала анализа» (базовый уровень 3 часа в неделю, 34 учебные недели, всего 102 часа).

1. Функции и графики (10 часов, из них 1 час контрольная работа). Функции. Область определения и множество значений. График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами. Свойства функций: монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума). Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.

Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой $y=x$, растяжение и сжатие вдоль осей координат.

Вертикальные и горизонтальные асимптоты графиков. Графики дробно-линейных функций.

Обратная функция. Область определения и область значений обратной функции. График обратной функции. Понятие о непрерывности функции.

2. Производная функции и ее применение (23 часа, из них 2 часа контрольные работы).

Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Производные обратной функции и композиции данной функции с линейной.

Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. Вторая производная и ее физический смысл.

3. Первообразная и интеграл (10 часов, из них 1 час контрольная работа).

Понятие об определенном интеграле как площади криволинейной трапеции. Первообразная. Формула Ньютона-Лейбница.

Примеры применения интеграла в физике и геометрии.

4. Уравнения и неравенства (48 часа, из них контрольные работы 3 часа).

Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Равносильность уравнений, неравенств, систем. Решение простейших систем уравнений с двумя неизвестными. Решение систем неравенств с одной переменной.

Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.

Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

5. Повторение курса алгебры и математического анализа (13 часов, из них 2 часа контрольные работы).

(Курсивом выделен материал, который подлежит изучению, но не включается в Требования к уровню подготовки выпускников)

**Учебно-тематическое планирование по математике (алгебре и началам математического анализа)
в 11 классе(3 ч в неделю, 34 учебные недели, всего 102 ч)**

Раздел, тема.	Кол-во часов	Кол-во контрольных работ
Функции и их графики	6	0
Предел функции и непрерывность	5	0
Обратные функции	3	1
Производная	9	1
Применение производной	15	1
Первообразная и интеграл	11	1
Равносильность уравнений и неравенств.	4	0
Уравнения-следствия	7	0
Равносильность уравнений и неравенств системам	6	1
Равносильность уравнений на множествах	3	0
Равносильность неравенств на множествах	2	0
Метод промежутков для уравнений и неравенств	4	1
Использование свойств функций при решении уравнений и неравенств	4	0
Системы уравнений с несколькими неизвестными	5	
Уравнения, неравенства и системы с параметрами	7	1
Повторение	11	1

Всего	102	8
--------------	------------	----------

Оценивание письменных работ:

При проверке письменных работ по математике следует различать грубые и негрубые ошибки.

К **грубым ошибкам** относятся:

- -вычислительные ошибки в примерах и задачах;□
- -ошибки на незнание порядка выполнения арифметических действий;□
- -неправильное решение задачи (пропуск действий, неправильный выбор действий, лишнее действие);□
- -недоведение до конца решения задачи или примера;□ □ -невыполненное задание.□

К **негрубым ошибкам** относятся:

- -нерациональные приемы вычислений;□
- - неправильная постановка вопроса к действию при решении задачи;□
- -неверно сформулированный ответ задачи;□
- -неправильное списывание данных чисел, знаков;□
- -недоведение до конца преобразований.□

При оценке письменных работ ставятся следующие отметки:

“5”- если задачи решены без ошибок;

“4”- если допущены 1-2 негрубые ошибки;

“3”- если допущены 1 грубая и 3-4 негрубые ошибки;

“2”- незнание основного программного материала или отказ от выполнения учебных обязанностей.

Оценивание тестовых работ:

“5”- если набрано от 81до100% от максимально возможного балла;

“4”- от 61до 80%;

“3”- от 51 до 60%;

“2”- до 50%

Учебно-тематический план

	Сроки изучения	Ко лич	Из них (кол. ч)			
--	-------------------	-----------	--------------------	--	--	--

Наименование раздела, темы	учебного материала	ест во час ов	Л. ра б	К. б	Содержание	Ученик должен знать (основные знания)	Ученик должен уметь (основные умения и навыки)
Глава I. Функции. Производные. Интегралы							
§1. Функции и их графики(6часов)							
1.1. Элементарные функции	сентябрь	1			Функции. Область Функция и способы значения	-	Определять
1.2.Область определения и область изменения функции. Ограниченность функции.	сентябрь	1			определения и множество ее значения. Чтение значений. График функции. построение графиков. Построение графиков заданных функций. Основные графики функций,	функции по значению аргумента при различных способах задания - строить	
1.3. Четность, нечетность, периодичность функции	сентябрь	1			различными способами. свойства функции: Свойства функций: монотонность, промежутки монотонности, четность и убывания, простейших случаях по формуле максимумы и минимумы, поведение и свойства ограниченность. Промежутки ограниченности функций, возрастания и наименьшее убывания, и наибольшие значения; и наименьшие значения. периодичность. использовать интерпретация. Примеры Преобразования функциональных зависимостей в реальных явлениях. — - описания с	изученных функций; - описывать по графику и в возрастания и нечетность, периодичность, функций, находить по графику функции нечетность, четность наибольшее Графическая	
1.4Промежутки возрастания, убывания, знаков постоянства и нули функции.	сентябрь	1			возрастания и наименьшее убывания, и наибольшие значения; и наименьшие значения. периодичность. использовать интерпретация. Примеры Преобразования функциональных зависимостей в реальных явлениях. — - описания с	нечетность, четность наибольшее Графическая	
1.5. Исследование функций и построение их графиков элементарными методами.	сентябрь	1			Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей	приобретенные знания и умения практической деятельности и для: процессах и различных представления их интерпретации	

					координат и симметрия графиков; относительно начала - понимания взаимосвязи координат, симметрия учебного предмета с относительно прямой $y = x$, особенностями профессий и растяжение и сжатие вдоль осей координат. профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету
1.6. Основные способы преобразования графиков	сентябрь	1			

§2.Предел функции и непрерывность.(5часов)

2.1	Понятие предела	сентябрь	1	Понятие о пределе -использовать приобретенные	
-----	-----------------	----------	---	---	--

функции					последовательности. Существование предела монотонной ограниченной	Непрерывность. Промежутки знакопостоянства	знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:
2.2 Односторонние пределы	сентябрь	1					

2.3. Свойства пределов функций	сентябрь	1			последовательности.	непрерывной функции.	- описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретация графиков; - понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету
2.4. Понятие непрерывности функции	сентябрь	1					
2.5. Непрерывность элементарных функций	сентябрь	1					

§3. Обратные функции.(3 часа)

3.1. Понятие обратной функции.	октябрь	2			Обратная функция Область определения и область значений обратной функции. График обратной функции.	Обратная функция.	- Определять значения функции по значению аргумента при различных способах задания функции; - строить графики изученных функций; - описывать по графику и в простейших случаях по формуле поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;
--------------------------------	---------	---	--	--	---	-------------------	---

Контрольная работа №1	октябрь	1		1			

§4.Производная. (9 часов)							
4.1 Понятие производной	октябрь	2			Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной. Производные суммы,	Понятиео производной в функции точке. Физический и геометрически	- вычислять производные элементарных функций, используя справочные материалы; использовать
4.2 Производная суммы. Производная разности.	октябрь	1					
4.4. .Производная произведения. Производная частного.	октябрь	2			произведения, частного. Производные элементарных функций.	производной.	приобретенные знания и умения в практической деятельности повседневной жизни для:
4.5. Производные элементарных функций	октябрь	1			Производная композиции данн ой функции		- решения прикладных задач, в том числе социально-
4.6. Производная сложной	октябрь	2					

функции					с линейной.		экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения;
Контрольная работа №2	октябрь			1			- понимания взаимосвяз

		1					учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету.
§ 5.Применение производной(15 часов)							
5.1 Максимум и минимум функции	ноябрь	2			Уравнение касательной к графику функции.Применение производной к исследованию функций и построению графиков.Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума).Примеры использования производной	Использование производной при исследовании функций, построении графиков.Использование свойств функций при решении текстовых, физических, метрических задач. Задача гео-Решение	- исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов простейших рациональных функций с использованием аппарата математического анализа; использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и
5.2 . Уравнение касательной	ноябрь	2					
5.3. Приближенные вычисления	ноябрь	1					
5.5. Возрастание и убывание функции	ноябрь	2					
5.6. Производные высших порядков	ноябрь	1					
5.8. Экстремум функции с единственной критической	ноябрь	2					

точкой					для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том		повседневной жизни для: - решения прикладны
5.9. Задачи на максимум и минимум	ноябрь	2			числе социальноэкономических, задачах. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. Примеры		задач, в том числе социальноэкономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения; - понимания взаимосвяз
5.11. Построение графиков функций с применением производных	декабрь	2					
Контрольная работа №3	декабрь	1		1	применения интеграла в физике и геометрии. Вторая производная и ее физический смысл.		учебного предмета особенностями профессий профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету.

§6. Первообразная и интеграл.(11 часов)

6.1 Понятие первообразной	декабрь	3			Понятие об определенном интеграле как площади	Понятие об определенном инте	- вычислять первообразные элементарных функций,
6.3 . Площадь криволинейной трапеции	декабрь	1			криволинейной трапеции	площади криволинейной	используя справочны

6.4. Определенный интеграл	декабрь	2			Первообразная. Формула Ньютона - Лейбница.	трапеции. Первообразная. Формула Ньютона	материалы; - вычислять в простейших
6.6.Формула Ньютона-	декабрь						

Лейбница		3				Лейбница. Приложения определенного интеграла.	случаях площади с использованием первообразной; Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для: - понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету.
6.7. Свойства определенных интегралов.	январь	1					
Контрольная работа №4	январь	1		1			
Глава II. Уравнения. Неравенства. Системы.							
§ 7. Равносильность уравнений и неравенств. (4 часа)							
7.1. Равносильные преобразования уравнений	январь	2			Равносильность уравнений, неравенств.	Решение соответствующих уравнений и неравенств.	- решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, простейшие иррациональные и тригонометрические уравнения и неравенства.
7.2. Равносильные преобразования неравенств	январь	2					
§8. Уравнения-следствия.(7 часов)							
8.1. Понятие уравнения- следствия	январь	1			Равносильность уравнений, неравенств. Решение рациональных,	Решение соответствующих уравнений	- решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения,

					показательных, логарифмических уравнений и неравенств. Решение иррациональных уравнений.		простейшие иррациональные тригонометрические уравнения.
8.2. Возведение уравнения в четную степень	январь	2					
8.3. Потенцирование логарифмических уравнений	январь	1					
8.4. Другие преобразования, приводящие к уравнению - следствию	январь	1					
8.5. Применение нескольких преобразований, приводящих к уравнению - следствию	февраль	2					

§9. Равносильность уравнений и неравенств системам. (6 часов)							
9.1. Основные понятия	февраль	1			Равносильность уравнений, неравенств, систем. Решение простейших систем уравнений с двумя неизвестными. Решение систем неравенств с одной переменной.	Решение соответствующих уравнений и неравенств.	- решать рациональные показательные и
9.2. Решение уравнений с помощью систем	февраль	2					логарифмические уравнения и неравенства, простейшие иррациональные и
9.3. Решение уравнений с помощью систем	февраль	1					тригонометрические уравнения, их
9.5. Решение неравенств с помощью систем	февраль	1					системы; - составлять уравнения и

9.6.Решение неравенств с помощью систем	февраль	1					неравенства по условию задачи;
§10. Равносильность уравнений и неравенств(3 часа).							
10.1. Основные понятия	февраль	1			Равносильность уравнений.	Решение соответствующих уравнений.	- решать рациональные показательные и логарифмические уравнения, простейшие иррациональные и тригонометрические уравнения.
10.2. Возведение уравнения в четную степень	февраль	1					
Контрольная работа №5	март	1		1			
§11. Равносильность неравенств на множествах(2 часа)							
11.1. Основные понятия.	март	1			Равносильность неравенств	Решение соответствующих неравенств.	- решать рациональные и логарифмические неравенства.
11.2. Возведение неравенства в четную степень	март	1					
§12. Метод промежутков для уравнений и неравенств(4 часа)							
12.1. Уравнения с модулями	март	1			Метод интервалов.	Метод интервалов.Решение соответствующих уравнений и неравенств.	- решать уравнения и неравенства, используя метод интервалов.
12.2. Неравенства с модулями	март	1					

12.3.Метод интервалов для непрерывных функций	март	1					
Контрольная работа №6	март	1		1			
§13. Использование свойств функций при решении уравнений и неравенств(5 часов)							
13.1. Использование областей существования функций	март	1			Использование свойств графиков функций при решении уравнений и неравенств. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств	Решение соответствующих уравнений и неравенств.	- решать уравнения, простейшие уравнения, неравенства, системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; - использовать для приближенного решения уравнений и неравенств
13.2. Использование неотрицательности функций	март	1					
13.3. Использование ограниченности функций	март	1					

13.4. Использование монотонности экстремумов функций	март	1			двумя переменными и их систем.		графический метод; - изображать на координатной плоскости множества решений простейших уравнений и их систем; использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для: - построения и
13.5. Использование свойств синуса и косинуса	март						

		1					исследования простейших математических моделей; - понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету.
§14. Системы уравнений с несколькими неизвестными(7 часов)							
14.1.Равносильность систем	апрель	1			Решение простейших систем уравнений с двумя неизвестными. Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных.	Решение соответствующих систем уравнений .	- решать диональные, показательные и системы логарифмические простейшие и уравнений, и иррациональные тригонометрические системы уравнений.
14.2. Система - следствие	апрель	1					
14.3.Метод замены неизвестных	апрель	1					
Пробная экзаменационная работа	апрель	4		1			
Повторение (11 часов)							
Повторение	апрель май	9					

Итоговая работа №8	контрольная	май			2			

Самостоятельные работы

С-1*

Сложная функция

I вариант

1. Вычислите значение функции:

а) $f(x) = \sqrt{\cos 2x}$ при $x = \pi$; б) $f(x) = \log_3 \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{x} \right)$ при $x = 3$;

в) $f(x) = (\log_2 \sqrt[3]{x})^5$ при $x = 8$; г) $f(x) = \cos(\sin \sqrt{x})$ при $x = 4\pi^2$.

2. Выпишите основные элементарные функции $f(x)$ и $g(x)$, с помощью которых задана сложная функция $f(g(x)) = \sqrt{\cos x}$.

3. Даны элементарные функции: $f(x) = 2^x$, $\varphi(x) = x^4$, $g(x) = \cos x$. Запишите сложную функцию:

а) $f(\varphi(x))$; б) $\varphi(f(x))$; в) $f(g(\varphi(x)))$.

4. Решите уравнение:

а) $f(f(x)) = 0$, если $f(x) = \sin x$;

б) $f(g(x)) = 0$, если $f(x) = \lg x$, $g(x) = \cos x$.

II вариант

1. Вычислите значение функции:

а) $f(x) = \sqrt{\operatorname{tg} 3x}$ при $x = \pi$; б) $f(x) = \log_2 \left(\sin \frac{\pi}{x} \right)$ при $x = 6$;

в) $f(x) = (\log_3 \sqrt{x})^4$ при $x = 81$;

г) $f(x) = \sin(\cos \sqrt{x})$ при $x = \frac{\pi^2}{4}$.

2. Выпишите основные элементарные функции $f(x)$ и $g(x)$, с помощью которых задана сложная функция $f(g(x)) = (\sin x)^{10}$.

3. Даны элементарные функции: $g(x) = \sqrt[3]{x}$, $\varphi(x) = 5^x$, $f(x) = \sin x$. Запишите сложную функцию:

а) $f(\varphi(x))$; б) $\varphi(f(x))$; в) $f(g(\varphi(x)))$.

4. Решите уравнение:

а) $f(f(x)) = 1$, если $f(x) = \cos x$;

б) $f(g(x)) = 0$, если $f(x) = \lg x$, $g(x) = \sin x$.

III вариант

1. Вычислите значение функции:

а) $y = \sqrt{2 \lg x}$ при $x = 100$;

б) $f(x) = \log_3 \left(\operatorname{ctg} \frac{\pi}{x} \right)$ при $x = 3$;

в) $y = \sin(7^{\sin x} \cdot \pi)$ при $x = \pi$;

г) $f(x) = \sqrt[3]{\log_2(2 \operatorname{tg} x)}$ при $x = \frac{\pi}{4}$.

2. Выпишите основные элементарные функции $f(x)$, $g(x)$ и $\varphi(x)$, с помощью которых задана сложная функция $f(g(\varphi(x))) = \log_2(\sin x^3)$.

3. Даны элементарные функции: $f(x) = \sqrt[5]{x}$, $\varphi(x) = 10^x$, $g(x) = \operatorname{tg} x$. Запишите сложную функцию:

а) $f(\varphi(x))$; б) $\varphi(f(x))$; в) $f(g(\varphi(x)))$.

4. Решите уравнение:

а) $f(g(x)) = 0$, если $f(x) = \sin x$, $g(x) = \cos x$;

б) $f(g(x)) = 0$, если $f(x) = \ln x$, $g(x) = \operatorname{tg} x$.

IV вариант

1. Вычислите значение функции:

а) $f(x) = \sqrt{3 \lg x}$ при $x = 1000$;

б) $f(x) = \log_2 \left(\sin \frac{\pi}{x} \right)$ при $x = 4$;

в) $f(x) = \cos(8^{\operatorname{tg} x} \cdot \pi)$ при $x = \pi$;

г) $f(x) = \sqrt[5]{\log_3(3 \operatorname{ctg} x)}$ при $x = \frac{\pi}{4}$.

2. Выпишите основные элементарные функции $f(x)$, $g(x)$ и $\varphi(x)$, с помощью которых задана сложная функция $f(g(\varphi(x))) = e^{\cos \sqrt{x}}$.

3. Даны элементарные функции: $f(x) = 3^x$, $\varphi(x) = x^5$, $g(x) = \operatorname{ctg} x$. Запишите сложную функцию:

а) $f(\varphi(x))$; б) $\varphi(f(x))$; в) $f(g(\varphi(x)))$.

4. Решите уравнение:

а) $f(g(x)) = 1$, если $f(x) = \cos x$, $g(x) = \sin x$;

б) $f(g(x)) = 0$, если $f(x) = \ln x$, $g(x) = \operatorname{ctg} x$.

С-2

Область определения функции

I вариант

Найдите $D(f)$ — область определения функции (1—4):

- $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 8}$.
- $f(x) = \log_3 \frac{4-x^2}{x-1}$.
- $f(x) = \frac{\sqrt{25-x^2}}{\log_{21}(x+3)}$.
- $f(x) = \sqrt{-x^2 - x + 2} + \log_4(\sin x)$.

II вариант

Найдите $D(f)$ — область определения функции (1—4):

- $f(x) = \sqrt{x^2 + 5x + 6}$.
- $f(x) = \log_4 \frac{9-x^2}{x-2}$.
- $f(x) = \frac{\sqrt{36-x^2}}{\log_{22}(x+5)}$.
- $f(x) = \sqrt{-x^2 + x + 2} + \log_5(\cos x)$.

III вариант

Найдите $D(f)$ — область определения функции (1—4):

- $f(x) = \sqrt{3x^2 + 2x - 8}$.
- $f(x) = \log_{0,4} \frac{x^2 - 14x + 40}{2-x}$.
- $f(x) = \frac{\sqrt{49-x^2}}{\log_{31}(x+4)}$.
- $f(x) = \sqrt{\cos x} + \log_{47}(-x^2 + 3x - 2)$.

IV вариант

Найдите $D(f)$ — область определения функции (1—4):

- $f(x) = \sqrt{2x^2 + 3x - 2}$.
- $f(x) = \log_3 \frac{x^2 - 14x + 45}{3-x}$.
- $f(x) = \frac{\sqrt{64-x^2}}{\log_{32}(x+6)}$.
- $f(x) = \sqrt{\cos x} + \log_{48}(-x^2 - 3x - 2)$.

С-3

Область изменения функции

I вариант

Найдите $E(f)$ — область изменения функции (1—4):

- $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 8}$.
- $f(x) = \sqrt{9-x^2}$, $x \in [-1; \sqrt{5}]$.
- $f(x) = 3 \sin x + 4 \cos x$.
- $f(x) = x^2 - 4x + 6 + \frac{1}{x^2 - 4x + 5}$.

II вариант

Найдите $E(f)$ — область изменения функции (1—4):

- $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 10}$.
- $f(x) = \sqrt{16-x^2}$, $x \in [-2; \sqrt{7}]$.
- $f(x) = 4 \sin x - 3 \cos x$.
- $f(x) = x^2 + 6x + 11 + \frac{1}{x^2 + 6x + 10}$.

III вариант

Найдите $E(f)$ — область изменения функции (1—4):

- $f(x) = \sqrt{x^2 + 8x + 20}$.
- $f(x) = \frac{3}{\sqrt{36-x^2}}$, $x \in [-1; \sqrt{11}]$.
- $f(x) = 9 \sin x - 12 \cos x$.
- $f(x) = x^2 - 8x + 16 + \frac{1}{x^2 - 8x + 17}$.

IV вариант

Найдите $E(f)$ — область изменения функции (1—4):

- $f(x) = \sqrt{x^2 - 8x + 25}$.
- $f(x) = \frac{5}{\sqrt{25-x^2}}$, $x \in [-2; \sqrt{21}]$.
- $f(x) = 12 \sin x + 9 \cos x$.
- $f(x) = x^2 + 12x + 35 + \frac{1}{x^2 + 12x + 36}$.

С-4

Четные и нечетные функции

I вариант

- Докажите, что функция $f(x) = 3x^4 + 6x^2 - 7$ четная.
- Докажите, что функция $f(x) = 6x^7 + 7x^3$ нечетная.
- Исследуйте на четность функцию:
 - $f(x) = 3x^6 - 5x^4 - 9$;
 - $f(x) = \sin x + x^{2007}$;
 - $f(x) = \frac{13}{(x-21)(x+21)}$;
 - $f(x) = \frac{1}{x-10} + \frac{1}{x+20}$.
- Докажите, что функция $y = (|3x| - 3x)(|x| + x)$ является и четной, и нечетной.

II вариант

- Докажите, что функция $f(x) = 4x^4 - 5x^2 + 6$ четная.
- Докажите, что функция $f(x) = 5x^9 - 6x$ нечетная.
- Исследуйте на четность функцию:
 - $f(x) = 8x^5 + 10x^3 - x$;
 - $f(x) = \cos x + x^{2008}$;
 - $f(x) = \frac{23}{(x-22)(x+22)}$;
 - $f(x) = \frac{1}{x+10} + \frac{1}{x-20}$.
- Докажите, что функция $y = (|2x| + 2x)(|x| - x)$ является и четной, и нечетной.

2. $\frac{ax-3}{x+2a} + \frac{ax+3}{x-2a} = \frac{1}{2}$ имеет единственный корень.
 3. $x^2 - (5a+1)|x| + 4a^2 - 4a = 0$ имеет ровно четыре корня.
 4. $2 \cdot 4^{|x|} - (1-8a) \cdot 2^{|x|} - 4a = 0$ имеет ровно два корня.

III вариант

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение (1–4):

1. $x^4 - 5ax^2 + 10a - 2a^2 = 0$ имеет ровно три корня.
 2. $\frac{x-4a}{ax-2} + \frac{x+4a}{ax+2} = 2$ имеет единственный корень.
 3. $x^2 - (a+1)|x| - 2a^2 - a = 0$ имеет ровно четыре корня.
 4. $2 \cdot 4^{|x|} - (1+8a) \cdot 2^{|x|} + 4a = 0$ имеет ровно два корня.

IV вариант

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение (1–4):

1. $x^4 - 6ax^2 + 12a - 2a^2 = 0$ имеет ровно три корня.
 2. $\frac{x-6a}{ax-2} + \frac{x+6a}{ax+2} = 3$ имеет единственный корень.
 3. $x^2 - (2a+1)|x| - 3a^2 - a = 0$ имеет ровно четыре корня.
 4. $3 \cdot 9^{|x|} - (1+9a) \cdot 3^{|x|} + 3a = 0$ имеет ровно два корня.

Промежутки монотонности функции.

С-6 Промежутки знакопостоянства функции

I вариант

1. Определите по графику функции $y=f(x)$ ее промежутки:
 а) монотонности; б) знакопостоянства (рис. 56).
 2. Докажите, что функция:
 а) $f(x) = -x^2 + 8x$ убывает на промежутке $X=[4; +\infty)$;
 б) $g(x) = \frac{-2}{x-3} + 4$ возрастает на промежутке $X=(3; +\infty)$.
 3. Определите промежутки знакопостоянства функции:
 а) $f(x) = \frac{x}{5} + 1$;
 б) $f(x) = \frac{(x-4)(x+3)}{(x-2)(x+1)}$.

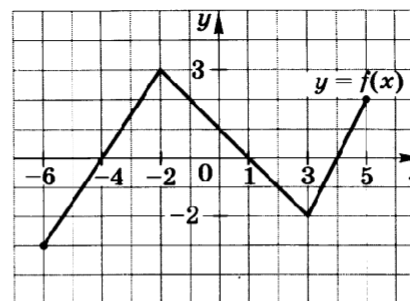


Рис. 56

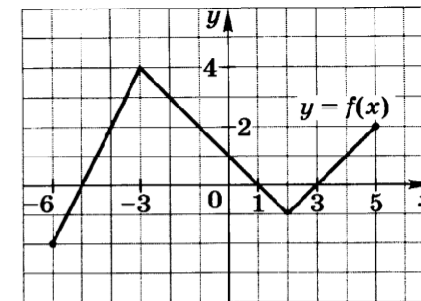


Рис. 57

II вариант

1. Определите по графику функции $y=f(x)$ ее промежутки:
 а) монотонности; б) знакопостоянства (рис. 57).
 2. Докажите, что функция:
 а) $f(x) = x^2 - 10x$ возрастает на промежутке $X=[5; +\infty)$;
 б) $g(x) = \frac{3}{x-2} + 1$ убывает на промежутке $X=(2; +\infty)$.
 3. Определите промежутки знакопостоянства функции:
 а) $f(x) = \frac{x}{5} - 1$; б) $f(x) = \frac{(x-1)(x+2)}{(x-3)(x+4)}$.

III вариант

1. Определите по графику функции $y=f(x)$ ее промежутки:
 а) монотонности; б) знакопостоянства (рис. 58).
 2. Докажите, что функция:
 а) $f(x) = x^2 - 2x$ убывает на промежутке $X=(-\infty; 1]$;
 б) $g(x) = \sqrt{x-9}$ возрастает на промежутке $X=[9; +\infty)$.
 3. Определите промежутки знакопостоянства функции:
 а) $f(x) = \frac{9}{x} - 3$;
 б) $f(x) = \frac{(x+1)(x-5)}{(x+2)^2}$.

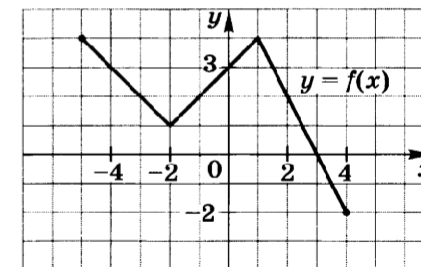


Рис. 58

IV вариант

1. Определите по графику функции $y=f(x)$ ее промежутки:

- а) монотонности;
б) знакопостоянства (рис. 59).

2. Докажите, что функция:

- а) $f(x) = -x^2 + 4x$ возрастает на промежутке $X = (-\infty; 2]$;

- б) $g(x) = \sqrt{16-x}$ убывает на промежутке $X = (-\infty; 16)$.

3. Определите промежутки знакопостоянства функции:

- а) $f(x) = \frac{12}{x} - 4$; б) $f(x) = \frac{(x+7)(x-5)}{(x-3)^2}$.

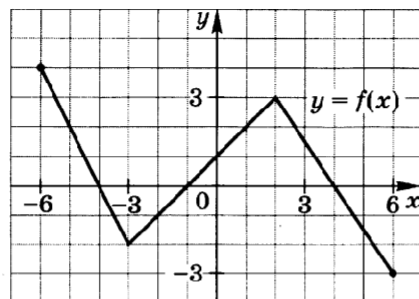


Рис. 59

С-7

Построение графиков функций

I вариант

Постройте график функции (1—2):

1. а) $y = 2^{x+3}$; б) $y = -2^{x+3}$;
в) $y = \sqrt{-x-2}$; г) $y = \sqrt{-x-2}$.
2. а) $y = \sin 2x$; б) $y = 3 \sin 2x$;
в) $y = \sqrt{25-x^2}$; г) $y = \sqrt{24-x^2-2x}$.

II вариант

Постройте график функции (1—2):

1. а) $y = 3^{x+2}$; б) $y = -3^{x+2}$;
в) $y = \sqrt{-x+3}$; г) $y = \sqrt{-x+3}$.
2. а) $y = \sin 3x$; б) $y = 2 \sin 3x$;
в) $y = \sqrt{16-x^2}$; г) $y = \sqrt{7-x^2+6x}$.

III вариант

Постройте график функции (1—2):

1. а) $y = \sqrt{x-3}$; б) $y = -\sqrt{x-3}$;
в) $y = \log_2(-x)+1$; г) $y = \log_2(-x+1)$.
2. а) $y = \cos^2 x - \sin^2 x$; б) $y = 2 \cos^2 x - 2 \sin^2 x$;
в) $y = \sqrt{9-x^2}$; г) $y = \sqrt{-x^2-6x-3}$.

1. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{100}{x}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(5 - \frac{40}{3x^2}\right)$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x-10}{3+x}$.

2. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^2-11x+28}{3x^2+8x-12}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2-11x+22}{2x^3+5x-11}$;

в) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^3-7x}{x^2+8x}$.

3. а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-x-2}{x^2+x-6}$; в) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-5x+6}{x^3-27}$.

4. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{2x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{\sin 15x}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+3x)^{\frac{1}{x}}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{2x}\right)^x$.

II вариант

Вычислите предел (1—4):

1. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{99}{x}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(4 - \frac{50}{7x^2}\right)$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x+13}{1+x}$.

2. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2+6x+7}{10x^2+7x+8}$; б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3+12x+21}{3x^2-6x+13}$;

в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^3-4x^2}{10x^4+x}$.

3. а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-3x+2}{x^2+x-2}$; в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-7x+10}{x^3-8}$.

4. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{4x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 12x}{\operatorname{tg} 4x}$;

в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} (1-2x)^{\frac{1}{x}}$.

III вариант

Вычислите предел (1—4):

1. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-101}{x}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{740}{11x^2}\right)$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x+11}{5+2x}$.

2. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{15x^2-12x+2}{12x^2+7x-8}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2+12x+19}{5x^3-4x-17}$;

в) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^3+5x}{3x-2x^2}$.

3. а) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2-16}{x+4}$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-5x+6}{x^2+3x-10}$; в) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2-2x-15}{x^3+27}$.

2. а) $f(x) = (x-1)^2 + 2$, $x \in [1; +\infty)$;
 б) $f(x) = 2 + \sqrt{x+1}$, $x \in [-1; +\infty)$.
 3. а) $f(x) = 2^{x-2}$; б) $f(x) = \log_3(x+2)$.

III вариант

Найдите функцию $y = g(x)$, обратную к данной функции $y = f(x)$ (1—3):

1. а) $f(x) = 3x - 6$, $x \in [0; 3]$; б) $f(x) = \frac{4}{x-2} + 3$, $x \in (2; +\infty)$.
 2. а) $f(x) = (x+2)^2 - 1$, $x \in [-2; +\infty)$;
 б) $f(x) = 1 + \sqrt{x-4}$, $x \in [4; +\infty)$.
 3. а) $f(x) = 3^{x-4}$; б) $f(x) = \log_4(x+1)$.

IV вариант

Найдите функцию $y = g(x)$, обратную к данной функции $y = f(x)$ (1—3):

1. а) $f(x) = 2x - 4$, $x \in [0; 4]$; б) $f(x) = \frac{4}{x+3} - 2$, $x \in (-3; +\infty)$.
 2. а) $f(x) = (x+1)^2 - 2$, $x \in [-1; +\infty)$;
 б) $f(x) = 1 + \sqrt{x-3}$, $x \in [3; +\infty)$.
 3. а) $f(x) = 4^{x-3}$; б) $f(x) = \log_3(x+1)$.

С-12 Производные элементарных функций

I вариант

1. Пользуясь определением, найдите производную функции $f(x) = 4x - 5$.
 2. Найдите: а) $f'(x)$; б) $f'(-1)$, если $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x + 3$.
 3. Найдите: а) $f'(x)$; б) $f'(0)$, если $f(x) = e^x \cdot \cos x$.
 4. Найдите: а) $f'(x)$; б) $f'(4)$, если $f(x) = \frac{x^2+2}{x-3}$.
 5. Найдите: а) $f'(x)$; б) $f'(16)$, если $f(x) = \sqrt[4]{x}$.

II вариант

1. Пользуясь определением, найдите производную функции $f(x) = 5x - 9$.
 2. Найдите: а) $f'(x)$; б) $f'(-1)$, если $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x + 1$.
 3. Найдите: а) $f'(x)$; б) $f'(0)$, если $f(x) = e^x \cdot \sin x$.

4. Найдите: а) $f'(x)$; б) $f'(0)$, если $f(x) = \frac{x^2+3}{x-1}$.
 5. Найдите: а) $f'(x)$; б) $f'(64)$, если $f(x) = \sqrt[6]{x}$.

III вариант

1. Пользуясь определением, найдите производную функции $f(x) = x^2 + 4x - 6$.
 2. Найдите: а) $f'(x)$; б) $f'(2)$, если $f(x) = 2x^3 - x^2 + 4x - 2$.
 3. Найдите: а) $f'(x)$; б) $f'(1)$, если $f(x) = 2^x \cdot \log_2 x$.
 4. Найдите: а) $f'(x)$; б) $f'(0)$, если $f(x) = \frac{x^2-5}{x^2-1}$.
 5. Найдите: а) $f'(x)$; б) $f'(7)$, если $f(x) = \sqrt[8]{x}$.

IV вариант

1. Пользуясь определением, найдите производную функции $f(x) = x^2 - 6x + 4$.
 2. Найдите: а) $f'(x)$; б) $f'(-2)$, если $f(x) = 2x^3 + x^2 - 3x + 3$.
 3. Найдите: а) $f'(x)$; б) $f'(1)$, если $f(x) = 3^x \cdot \log_3 x$.
 4. Найдите: а) $f'(x)$; б) $f'(3)$, если $f(x) = \frac{x^2-2}{x^2-4}$.
 5. Найдите: а) $f'(x)$; б) $f'(5)$, если $f(x) = \sqrt[10]{x}$.

С-13 Производная сложной функции

I вариант

Найдите производную функции (1—4):

1. $y = (3x - 8)^{10}$.
 2. а) $y = \sin(2x - 1)$; б) $y = \cos(3x + 4)$;
 в) $y = \operatorname{tg}(4x - 2)$; г) $y = \operatorname{ctg}(5x + 5)$.
 3. а) $y = e^{3x+4}$; б) $y = 4^{6x-1}$;
 в) $y = \log_6(9x + 4)$; г) $y = \ln(2x - 5)$.
 4. $y = \sqrt[5]{x}$.

II вариант

Найдите производную функции (1—4):

1. $y = (4x - 11)^{11}$.
 2. а) $y = \sin(3x + 2)$; б) $y = \cos(2x - 3)$;
 в) $y = \operatorname{tg}(5x + 6)$; г) $y = \operatorname{ctg}(4x - 3)$.

3. а) $y = e^{4x-5}$; б) $y = 3^{5x+2}$;
 в) $y = \log_7(8x-3)$; г) $y = \ln(3x+4)$.
 4. $y = \sqrt[7]{x}$.

III вариант

Найдите производную функции (1—4):

1. $y = (5x+14)^{12}$.
 2. а) $y = \sin(4x-3)$; б) $y = \cos(5x+6)$;
 в) $y = \operatorname{tg}(3x-5)$; г) $y = \operatorname{ctg}(2x+3)$.
 3. а) $y = e^{5x+6}$; б) $y = 6^{4x-3}$;
 в) $y = \log_8(7x+2)$; г) $y = \ln(4x-3)$.
 4. $y = \sqrt[5]{x^2}$.

IV вариант

Найдите производную функции (1—4):

1. $y = (6x+17)^{13}$.
 2. а) $y = \sin(5x+4)$; б) $y = \cos(4x-5)$;
 в) $y = \operatorname{tg}(2x+6)$; г) $y = \operatorname{ctg}(3x-4)$.
 3. а) $y = e^{6x-7}$; б) $y = 7^{3x+4}$;
 в) $y = \log_9(6x-1)$; г) $y = \ln(5x+2)$.
 4. $y = \sqrt[7]{x^2}$.

Производная сложной функции (продолжение)

C-14*

I вариант

1. Найдите $f'(1)$, если $f(x) = \sqrt{-x^2+6x+11}$.
 2. Найдите $f'(0)$, если $f(x) = (5-x) \cdot \sqrt{4+2x}$.
 3. Найдите $f'(5)$, если $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-9}}{x-4}$.

II вариант

1. Найдите $f'(3)$, если $f(x) = \sqrt{-x^2+4x-2}$.
 2. Найдите $f'(1)$, если $f(x) = (3-2x) \cdot \sqrt{5-x}$.
 3. Найдите $f'(5)$, если $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-16}}{x-3}$.

III вариант

1. Найдите $f'(0)$, если $f(x) = \sqrt{-5x^2+10x+4}$.
 2. Найдите $f'(3)$, если $f(x) = (4-x^2) \cdot \sqrt{x^2-5}$.
 3. Найдите $f'(0)$, если $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+6x+4}}{x^2-3x+1}$.

IV вариант

1. Найдите $f'(2)$, если $f(x) = \sqrt{-3x^2+6x+4}$.
 2. Найдите $f'(1)$, если $f(x) = (1+x^2) \cdot \sqrt{5-x^2}$.
 3. Найдите $f'(0)$, если $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-4x+9}}{x^2+5x+1}$.

Максимум и минимум функции на отрезке

C-15

I вариант

1. Дана функция $f(x) = x^3 - 9x^2 - 21x - 7$. Найдите:
 а) критические точки функции $f(x)$ на отрезке $[-2; 3]$;
 б) наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)$ на отрезке $[-2; 3]$.
 2. Дана функция $f(x) = 2x - 3\sqrt[3]{x^2}$. Найдите:
 а) критические точки функции $f(x)$ на отрезке $[-1; 8]$;
 б) наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)$ на отрезке $[-1; 8]$.
 3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^5 + 2x^3 + 2x - 10$ на отрезке $[-1; 1]$.
 4. Дана функция $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + a$. Найдите значение параметра a , при котором наибольшее значение функции $f(x)$ на отрезке $[-1; 2]$ равно 5.

II вариант

1. Дана функция $f(x) = x^3 + 6x^2 - 15x - 22$. Найдите:
 а) критические точки функции $f(x)$ на отрезке $[-2; 2]$;
 б) наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)$ на отрезке $[-2; 2]$.
 2. Дана функция $f(x) = 2x + 3\sqrt[3]{x^2}$. Найдите:
 а) критические точки функции $f(x)$ на отрезке $[-8; 1]$;
 б) наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)$ на отрезке $[-8; 1]$.

3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^5 + 2x^3 + 3x - 11$ на отрезке $[-1; 1]$.
4. Дана функция $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + a$. Найдите значение параметра a , при котором наименьшее значение функции $f(x)$ на отрезке $[-2; 1]$ равно 6.

III вариант

1. Дана функция $f(x) = x^3 + 9x^2 + 15x - 5$. Найдите:
- критические точки функции $f(x)$ на отрезке $[-2; 3]$;
 - наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)$ на отрезке $[-2; 3]$.
2. Дана функция $f(x) = 2x - 6\sqrt[3]{x}$. Найдите:
- критические точки функции $f(x)$ на отрезке $[-1; 8]$;
 - наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)$ на отрезке $[-1; 8]$.
3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^5 + 3x^3 + 3x - 12$ на отрезке $[-1; 1]$.
4. Дана функция $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + a$. Найдите значение параметра a , при котором наименьшее значение функции $f(x)$ на отрезке $[-1; 3]$ равно 7.

IV вариант

1. Дана функция $f(x) = x^3 + 12x^2 + 21x - 10$. Найдите:
- критические точки функции $f(x)$ на отрезке $[-2; 1]$;
 - наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)$ на отрезке $[-2; 1]$.
2. Дана функция $f(x) = x - 3\sqrt[3]{x}$. Найдите:
- критические точки функции $f(x)$ на отрезке $[-8; 1]$;
 - наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)$ на отрезке $[-8; 1]$.
3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^5 + 4x^3 + 3x - 13$ на отрезке $[-1; 1]$.
4. Дана функция $f(x) = x^3 + 6x^2 - 15x + a$. Найдите значение параметра a , при котором наименьшее значение функции $f(x)$ на отрезке $[-2; 2]$ равно 8.

C-16 Уравнение касательной к графику функции

I вариант

1. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке графика с абсциссой x_0 , если:
- $f(x) = x^2 - 6x + 5$, $x_0 = 2$;

- $f(x) = \ln x$, $x_0 = e$;
- $f(x) = 3^x$, $x_0 = 1$.

2. Дана функция $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 2$. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$, параллельной прямой $y = -2x + 1$.
3. Дана функция $f(x) = x^2 - 2x - 1$. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$, проходящей через точку $A(0; -5)$.
4. Даны функции $f(x) = -x^2 + 2x - 3$ и $g(x) = x^2 + 2$. Напишите уравнение общей касательной к графикам функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$.

II вариант

1. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке графика с абсциссой x_0 , если:
- $f(x) = x^2 + 6x - 7$, $x_0 = -2$;
 - $f(x) = \log_3 x$, $x_0 = 1$;
 - $f(x) = e^x$, $x_0 = 2$.
2. Дана функция $f(x) = x^3 - 3x^2 - 3x + 5$. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$, параллельной прямой $y = -3x + 4$.
3. Дана функция $f(x) = x^2 + 2x - 2$. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$, проходящей через точку $A(0; -6)$.
4. Даны функции $f(x) = x^2 + 2x + 4$ и $g(x) = -x^2 - 1$. Напишите уравнение общей касательной к графикам функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$.

III вариант

1. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке графика с абсциссой x_0 , если:
- $f(x) = 3x^2 + 6x + 7$, $x_0 = -2$;
 - $f(x) = \lg x$, $x_0 = 10$;
 - $f(x) = 2^x$, $x_0 = 1$.
2. Дана функция $f(x) = x^3 + 6x^2 + 7x - 2$. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$, параллельной прямой $y = -2x + 7$.
3. Дана функция $f(x) = x^2 + 4x + 2$. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$, проходящей через точку $A(-1; -5)$.
4. Даны функции $f(x) = -x^2 + 6x - 11$ и $g(x) = x^2 - 4x + 6$. Напишите уравнение общей касательной к графикам функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$.

IV вариант

1. Вычислите приближенное значение $f(x_0 + \Delta x)$ функции $f(x)$, если:
а) $f(x) = x^5$, $x_0 = 2$, $\Delta x = 0,01$;
б) $f(x) = \sqrt{x}$, $x_0 = 64$, $\Delta x = -0,06$.
2. Вычислите приближенно: а) $\sqrt{25,42}$; б) $\sqrt[3]{26,91}$.
3. Вычислите приближенно $\cos 62^\circ$.

Исследование функций с помощью производной

C-18

I вариант

1. Исследуйте на монотонность и экстремумы функцию:
а) $f(x) = (x-1)^2(x+2)$; б) $f(x) = 4\sqrt{x} - x$;
в) $f(x) = x^2 - 18 \ln x$.
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = \frac{-2x}{x^2 + 1}$.
3. Найдите точки перегиба и промежутки выпуклости вверх (вниз) графика функции $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 12$.

II вариант

1. Исследуйте на монотонность и экстремумы функцию:
а) $f(x) = (x+1)^2(x-2)$; б) $f(x) = x - 9\sqrt{x}$;
в) $f(x) = 32 \ln x - x^2$.
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = \frac{3x}{x^2 + 1}$.
3. Найдите точки перегиба и промежутки выпуклости вверх (вниз) графика функции $f(x) = x^3 + 9x^2 - 12x + 11$.

III вариант

1. Исследуйте на монотонность и экстремумы функцию:
а) $f(x) = (x-2)^2(x+1)$; б) $f(x) = 27\sqrt[3]{x-x}$;
в) $f(x) = \frac{x^2}{12} - 6 \ln x$.
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = \frac{-2x}{x^2 + 4}$.

3. Найдите точки перегиба и промежутки выпуклости вверх (вниз) графика функции $f(x) = x^4 - 6x^2 + 19x - 21$.

IV вариант

1. Исследуйте на монотонность и экстремумы функцию:
а) $f(x) = (x+2)^2(x-1)$; б) $f(x) = x - 12\sqrt[3]{x}$;
в) $f(x) = 5 \ln x - \frac{x^2}{10}$.
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = \frac{3x}{x^2 + 9}$.
3. Найдите точки перегиба и промежутки выпуклости вверх (вниз) графика функции $f(x) = x^4 - 24x^2 + 21x - 19$.

C-19

Задачи на максимум и минимум

I вариант

1. Число 84 представьте в виде суммы двух положительных чисел так, чтобы сумма квадратов слагаемых была наименьшей.
2. Число 27 представьте в виде суммы трех положительных чисел так, чтобы отношение первого числа ко второму было равно 1:2, а произведение всех трех чисел было наибольшим.
3. Произведение трех последовательных членов геометрической прогрессии с отрицательным знаменателем равно 27. Найдите наибольшую сумму этих трех членов среди всех прогрессий, обладающих указанными свойствами.

II вариант

1. Число 68 представьте в виде суммы двух положительных чисел так, чтобы сумма квадратов слагаемых была наименьшей.
2. Число 54 представьте в виде суммы трех положительных чисел так, чтобы отношение первого числа ко второму было равно 1:3, а произведение всех трех чисел было наибольшим.
3. Произведение трех последовательных членов геометрической прогрессии с отрицательным знаменателем равно 64. Найдите наибольшую сумму этих трех членов среди всех прогрессий, обладающих указанными свойствами.

IV вариант

1. Имеются три сплава. Первый сплав содержит 10% золота, 40% серебра и 50% меди, второй — 20% серебра и 80% меди, третий — 20% золота, 30% серебра и 50% меди. Из них получили новый сплав, содержащий 5% золота. Какое наибольшее и какое наименьшее процентное содержание серебра может быть в новом сплаве?
2. В два сосуда налиты различные растворы соли, причем в первый сосуд налито 81 кг, а во второй — 36 кг. При испарении воды процентное содержание соли в первом сосуде увеличилось в p раз, а во втором сосуде — в q раз. Определите наибольшее количество испарившейся воды из обоих сосудов вместе, если известно, что $pq=16$.

С-22 Исследование функции с помощью производной и построение ее графика

I вариант

Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график (1—3):

1. $f(x) = \frac{1}{2}(x+2)(x-2)^2$.
2. $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2+1}$.
3. $f(x) = \frac{x^2+3x-4}{x+1}$.

II вариант

Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график (1—3):

1. $f(x) = \frac{1}{2}(x+2)^2(x-2)$.
2. $f(x) = \frac{x^2-3}{x^2+1}$.
3. $f(x) = \frac{x^2-2x-8}{x-1}$.

III вариант

Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график (1—3):

1. $f(x) = \frac{1}{4}(x+3)(x-3)^2$.
2. $f(x) = \frac{x^2-6}{x^2+1}$.
3. $f(x) = \frac{x^2-x-6}{x+1}$.

3. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $x^3 - 3x^2 - 24x + a = 0$ имеет единственный корень.

Первообразная. Неопределенный интеграл

С-24

I вариант

1. Докажите, что функция $F(x)$ есть первообразная для функции $f(x)$, если:
 - а) $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 2x - 13$ и $f(x) = x^2 - 5x + 2$ ($x \in \mathbf{R}$);
 - б) $F(x) = \frac{1}{x^2} + 5x + \sin x + 2$ и $f(x) = -\frac{2}{x^3} + 5 + \cos x$ ($x \neq 0$).
2. Найдите первообразную для функции $f(x)$:
 - а) $f(x) = \sin x + \cos 3x - 2^x$ ($x \in \mathbf{R}$);
 - б) $f(x) = \sqrt{x} - x^{\frac{3}{4}} + \frac{1}{x}$ ($x > 0$).
3. Найдите ту первообразную для функции $f(x)$, график которой проходит через точку A , если:
 - а) $f(x) = 4x$, $A(2; 17)$;
 - б) $f(x) = \sqrt{2} \sin x$, $A\left(\frac{\pi}{4}; 2\right)$.
4. Найдите:
 - а) $\int \sqrt{2x-3} dx$;
 - б) $\int \cos 3x dx$.

II вариант

1. Докажите, что функция $F(x)$ есть первообразная для функции $f(x)$, если:
 - а) $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{5x^3}{3} + 4x + 3$ и $f(x) = x^3 - 5x^2 + 4$ ($x \in \mathbf{R}$);
 - б) $F(x) = \frac{1}{x} + 3x + \cos x - 11$ и $f(x) = -\frac{1}{x^2} + 3 - \sin x$ ($x \neq 0$).
2. Найдите первообразную для функции $f(x)$:
 - а) $f(x) = \sin x - \cos 2x + 3^x$ ($x \in \mathbf{R}$);
 - б) $f(x) = x^{\frac{4}{5}} - \sqrt{x} - \frac{1}{x}$ ($x > 0$).
3. Найдите ту первообразную для функции $f(x)$, график которой проходит через точку A , если:
 - а) $f(x) = 3x^2$, $A(2; 33)$;
 - б) $f(x) = \sqrt{2} \cos x$, $A\left(\frac{\pi}{4}; 3\right)$.

3. Пользуясь геометрическим смыслом определенного интеграла, вычислите приближенно $\int_0^2 (x^2 - 2x + 3) dx$.

С-27

Формула Ньютона—Лейбница

I вариант

1. Вычислите с помощью формулы Ньютона—Лейбница определенный интеграл:

$$\text{а) } \int_2^5 (x^2 + x + 1) dx; \quad \text{б) } \int_0^\pi \sin x dx; \quad \text{в) } \int_1^e \frac{2 dx}{x}.$$

2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$\text{а) } y = 4 + x^2, y = 2 - x, x = -1 \text{ и } x = 1; \\ \text{б) } y = x^3, y = 1 \text{ и } x = 2; \quad \text{в) } y = 9 - x^2 \text{ и } y = 3 - x.$$

II вариант

1. Вычислите с помощью формулы Ньютона—Лейбница определенный интеграл:

$$\text{а) } \int_2^4 (x^2 - x + 1) dx; \quad \text{б) } \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx; \quad \text{в) } \int_1^e \frac{3 dx}{x}.$$

2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$\text{а) } y = 4 - x^2, y = x + 5, x = -1 \text{ и } x = 1; \\ \text{б) } y = x^3, y = 8 \text{ и } x = 1; \quad \text{в) } y = x^2 + 1 \text{ и } y = 7 - x.$$

III вариант

1. Вычислите с помощью формулы Ньютона—Лейбница определенный интеграл:

$$\text{а) } \int_{-1}^3 (x^2 + x + 3) dx; \quad \text{б) } \int_0^\pi \cos x dx; \quad \text{в) } \int_1^e \frac{dx}{2x}.$$

2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$\text{а) } y = 5 - x^2 \text{ и } y = x + 3; \quad \text{б) } y = -x^2 - 4x + 5 \text{ и } y = 5; \\ \text{в) } y = 2x^2 - 4x + 2 \text{ и } y = 2 - x.$$

IV вариант

1. Вычислите с помощью формулы Ньютона—Лейбница определенный интеграл:

$$\text{а) } \int_{-1}^4 (x^2 - x + 4) dx; \quad \text{б) } \int_{-\pi}^{\pi} \sin x dx; \quad \text{в) } \int_1^e \frac{dx}{3x}.$$

2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$\text{а) } y = x^2 + 1 \text{ и } y = 3 - x; \quad \text{б) } y = x^2 - 4x + 6 \text{ и } y = 6; \\ \text{в) } y = 2x^2 + 4x + 2 \text{ и } y = x + 2.$$

С-28

Свойства определенного интеграла

I вариант

Вычислите (1—2):

$$1. \text{ а) } \int_1^2 x^3 dx + \int_2^3 x^3 dx; \quad \text{б) } \int_0^2 \cos x dx + \int_2^\pi \cos x dx.$$

$$2. \text{ а) } \int_0^\pi \sin 9x \cos 8x dx - \int_0^\pi \sin 8x \cos 9x dx;$$

$$\text{б) } \int_2^4 (x^3 + \lg x) dx - \int_2^4 (2x + \lg x) dx.$$

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$\text{а) } y = x^2 - 2x - 2 \text{ и } y = x - 2; \quad \text{б) } y = x^3 - 3x^2 \text{ и } y = x^2 - 4x.$$

II вариант

Вычислите (1—2):

$$1. \text{ а) } \int_1^2 x^2 dx + \int_2^3 x^2 dx; \quad \text{б) } \int_{-\pi}^3 \sin x dx + \int_3^\pi \sin x dx.$$

$$2. \text{ а) } \int_{\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \cos 8x \cos 7x dx + \int_{\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sin 8x \sin 7x dx;$$

$$\text{б) } \int_1^3 (2x^2 + \lg x) dx - \int_1^3 (3x + \lg x) dx.$$

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$\text{а) } y = x^2 + 2x - 2 \text{ и } y = -x - 2; \quad \text{б) } y = x^3 + 7x^2 \text{ и } y = x^2 - 9x.$$

III вариант

Вычислите (1—2):

$$1. \text{ а) } \int_1^{\sqrt{3}} x^5 dx + \int_{\sqrt{3}}^2 x^5 dx; \quad \text{б) } \int_0^3 \cos x dx + \int_3^\pi \cos x dx.$$

$$2. \text{ а) } \int_{-\pi}^0 \sin 8x \cos 7x dx - \int_{-\pi}^0 \sin 7x \cos 8x dx;$$

$$\text{б) } \int_1^3 (x^3 - \lg 8x) dx - \int_1^3 (x - \lg 8x) dx.$$

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = -x^2 - 4x$ и $y = x$; б) $y = x^3 - 4x^2$ и $y = 2x^2 - 9x$.

IV вариант

Вычислите (1—2):

$$1. \text{ а) } \int_1^{\sqrt{5}} x^3 dx + \int_{\sqrt{5}}^3 x^3 dx; \quad \text{б) } \int_0^1 \sin x dx + \int_1^{\pi} \sin x dx.$$

$$2. \text{ а) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 9x \cos 8x dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 9x \sin 8x dx;$$

$$\text{б) } \int_1^4 (2x^2 + \lg 9x) dx - \int_1^4 (3x + \lg 9x) dx.$$

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = -x^2 + 4x$ и $y = -x$; б) $y = x^3 + 5x^2$ и $y = x^2 - 4x$.

Равносильные преобразования уравнений

С-29

I вариант

Решите уравнение (1—6):

$$1. \sqrt[3]{9-x^3} = 3-x. \quad 2. (5x-7)^9 = (3x+11)^9.$$

$$3. 7^{5x^2-9} = 7^{3x+5}. \quad 4. \sqrt[5]{\sin x + 4x - 1} = \sqrt[5]{\sin x + 2x + 1} + 7.$$

$$5. 4^{x+3} = 11^x. \quad 6. (\sin 2x + 6^{x+1})^{15} = (\sin x + 6^{x+1})^{15}.$$

II вариант

Решите уравнение (1—6):

$$1. \sqrt[3]{x^3 + 9} = 3 + x. \quad 2. (6x-5)^{11} = (4x+13)^{11}.$$

$$3. 6^{4x^2-5} = 6^{5x+1}. \quad 4. \sqrt[7]{\cos x + 9x - 2} = \sqrt[7]{\cos x - 3x + 1} + 16.$$

$$5. 3^{x+2} = 7^x. \quad 6. (\sin 2x + 7^{x+2})^{13} = (\cos x + 7^{x+2})^{13}.$$

III вариант

Решите уравнение (1—6):

$$1. \sqrt[3]{x^2 - 6x - x^3} = 1 - x. \quad 2. (7x+5)^{13} = (5x-7)^{13}.$$

$$3. 5^{6x^2-x} = 5^{5x+12}. \quad 4. \sqrt[9]{5^x + 4^x - 20} = \sqrt[9]{5^x + 2^{x+2} + 12}.$$

$$5. 5^{x-1} = 2^x. \quad 6. (\cos 2x + 4^{x+2})^{11} = (\cos^2 x - \sin x + 4^{x+2})^{11}.$$

IV вариант

Решите уравнение (1—6):

$$1. \sqrt[3]{x^2 + 6x + x^3} = 1 + x. \quad 2. (5x+6)^{15} = (3x-8)^{15}.$$

$$3. 4^{5x^2-x} = 4^{4x+10}. \quad 4. \sqrt[11]{4^x + 9^x - 40} = \sqrt[11]{4^x + 3^{x+1} + 14}.$$

$$5. 7^{x-1} = 4^x. \quad 6. (\cos 2x + 5^{x-3})^9 = (\cos^2 x + \sin x + 5^{x-3})^9.$$

Равносильные преобразования неравенств

С-30

I вариант

Решите неравенство (1—4):

$$1. \sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 2x + 8} < 1 + x. \quad 2. (x-3)^{11} > (x^2 - 4x + 3)^{11}.$$

$$3. \left(\frac{3}{5}\right)^{2-x} < \left(\frac{3}{5}\right)^{3x-2}. \quad 4. 3^{\cos^2 x} > 3^{\sin^2 x + 0,5}.$$

II вариант

Решите неравенство (1—4):

$$1. \sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 5x + 5} > 1 + x. \quad 2. (x+3)^9 < (x^2 - 5x + 11)^9.$$

$$3. \left(\frac{3}{4}\right)^{3-x} > \left(\frac{3}{4}\right)^{2x-3}. \quad 4. 4^{\cos^2 x} < 4^{\sin^2 x - 0,5}.$$

III вариант

Решите неравенство (1—4):

$$1. \sqrt[3]{x^3 - 2x^2 + 6x + 3} < 1 + x. \quad 2. (2x-1)^7 > (x^2 - 6x + 11)^7.$$

$$3. \left(\frac{5}{6}\right)^{5-x} < \left(\frac{5}{6}\right)^{4x-5}. \quad 4. 6^{\cos 2x} > 6^{\cos^2 x + \sin x}.$$

IV вариант

Решите неравенство (1—4):

1. $\sqrt[3]{x^3 - 2x^2 + 4x + 5} > 1 + x$.
2. $(2x + 1)^5 < (x^2 - 7x + 15)^5$.
3. $\left(\frac{6}{7}\right)^{4-x} > \left(\frac{6}{7}\right)^{5x-2}$.
4. $5^{\cos 2x} < 5^{\cos^2 x - \sin x}$.

С-31

Уравнения-следствия

I вариант

Решите уравнение (1—5):

1. $\sqrt{x+3} = x+1$.
2. $\sqrt[4]{x^2-5x} = \sqrt[4]{2x^2-4x-6}$.
3. $|\sin x| = \sin x \cos x$.
4. $\lg(x^4 - x^2 - 6) = \lg(x^4 + 4x - 11)$.
5. $x^2 + x + \sqrt[6]{x-1} = \sqrt[6]{x-1} + 12$.

II вариант

Решите уравнение (1—5):

1. $\sqrt{x-2} = x-4$.
2. $\sqrt[6]{x^2-4x} = \sqrt[6]{2x^2-5x-6}$.
3. $|\cos x| = \sin x \cos x$.
4. $\lg(x^4 - x^2 - 3) = \lg(x^4 + 3x - 7)$.
5. $x^2 - x + \sqrt[6]{x-2} = \sqrt[6]{x-2} + 20$.

III вариант

Решите уравнение (1—5):

1. $\sqrt{2x+5} = 5-x$.
2. $\sqrt[8]{x^2+2x} = \sqrt[8]{2x^2-x-4}$.
3. $|\sin x| = -\sin x \cos x$.
4. $\lg(x^4 + x^2 - 22) = \lg(x^4 - 2x - 14)$.
5. $x^2 - 3x + \lg(x+1) = \lg(x+1) + 10$.

IV вариант

Решите уравнение (1—5):

1. $\sqrt{2x+3} = 6-x$.
2. $\sqrt[10]{x^2-2x} = \sqrt[10]{2x^2+x-4}$.
3. $|\cos x| = -\sin x \cos x$.
4. $\lg(x^4 + x^2 - 21) = \lg(x^4 - 6x - 5)$.
5. $x^2 + 3x + \lg(x+2) = \lg(x+2) + 18$.

С-32

Уравнения-следствия (продолжение)

I вариант

Решите уравнение (1—6):

1. $\frac{x^2-x}{x-2} = \frac{2}{x-2}$.
2. $3^{\lg_3(x+4)} = x^2 + 2x - 26$.

$$3. \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}^2 x} = \sqrt{3} \cos x. \quad 4. \log_8(x+5) = 2 \log_3(x-1).$$

$$5. \log_2(x^3 + 8) = \log_2(x+2) + 2 \log_2(4-x).$$

$$6. \sqrt{2x+3} + \sqrt{x+5} = \sqrt{6x+7}.$$

$$7. \text{Для каждого значения параметра } a \text{ решите уравнение } \frac{a-3}{ax+2} = 5.$$

II вариант

Решите уравнение (1—6):

$$1. \frac{x^2+x}{x+2} = \frac{2}{x+2}. \quad 2. 3^{\log_3(x+5)} = x^2 - x - 19.$$

$$3. \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}^2 x} = \sqrt{2} \cos x. \quad 4. \log_3(x+3) = 2 \log_3(x-3).$$

$$5. \log_7(2x^3 - 9) = \log_7(2x+3) + 2 \log_7(3-x).$$

$$6. \sqrt{2x+6} + \sqrt{x+2} = \sqrt{6x+7}.$$

$$7. \text{Для каждого значения параметра } a \text{ решите уравнение } \frac{a-4}{ax+3} = 2.$$

III вариант

Решите уравнение (1—6):

$$1. \frac{x^2+3}{x+1} = \frac{-4x}{x+1}. \quad 2. 2^{\log_2(5-x)} = x^2 - 14x + 35.$$

$$3. \frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \sin^2 x. \quad 4. \log_5(2x+5) = 2 \log_5(x-5).$$

$$5. \log_3(7x+32) = \log_3(x+2) + 2 \log_3(x-4).$$

$$6. \sqrt{2x+8} + \sqrt{x+3} = \sqrt{6x+13}.$$

$$7. \text{Для каждого значения параметра } a \text{ решите уравнение } \frac{a-5}{ax+4} = 3.$$

IV вариант

Решите уравнение (1—6):

$$1. \frac{x^2-4}{x-1} = \frac{-3x}{x-1}. \quad 2. 2^{\log_2(6-x)} = x^2 - 14x + 42.$$

$$3. \frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x - \sin^2 x. \quad 4. \log_5(2x+7) = 2 \log_5(x-4).$$

$$5. \log_{11}(27-4x) = \log_{11}(2x+3) + 2\log_{11}(x-3).$$

$$6. \sqrt{2x+7} + \sqrt{x+4} = \sqrt{6x+18}.$$

7. Для каждого значения параметра a решите уравнение

$$\frac{a-5}{ax+6} = 1.$$

Решение уравнений с помощью систем

С-33

I вариант

Решите уравнение (1—5):

$$1. \sqrt{2x} = 1 - x. \quad 2. \sqrt{8-10\cos x} = 2\sin x.$$

$$3. \sqrt[6]{2x^2-2} = \sqrt[6]{4x-1}. \quad 4. \lg \sin 2x = \lg \cos x.$$

$$5. x^2 + x + \lg \sin x = 1 + \lg \sin x.$$

II вариант

Решите уравнение (1—5):

$$1. \sqrt{2x+2} = 1 - x. \quad 2. \sqrt{8+10\cos x} = 2\sin x.$$

$$3. \sqrt[4]{2x^2-1} = \sqrt[4]{6x-4}. \quad 4. \lg \sin 2x = \lg \sin x.$$

$$5. x^2 - x + \lg \cos x = 1 + \lg \cos x.$$

III вариант

Решите уравнение (1—5):

$$1. \sqrt{2x-2} = 2 - x. \quad 2. \sqrt{8-10\sin x} = -2\cos x.$$

$$3. \sqrt[10]{4x^2-1} = \sqrt[10]{-8x-2}. \quad 4. \lg \cos 2x = \lg \cos x.$$

$$5. x^2 - 3x + \lg \cos x = \lg \cos x - 1.$$

IV вариант

Решите уравнение (1—5):

$$1. \sqrt{5-2x} = 2 - x. \quad 2. \sqrt{8+10\sin x} = -2\cos x.$$

$$3. \sqrt[8]{4x^2-3} = \sqrt[8]{2-4x}. \quad 4. \lg \cos 2x = \lg(-\cos x).$$

$$5. x^2 - 5x + \lg \sin x = \lg \sin x - 5.$$

Решение уравнений с помощью систем (продолжение)

С-34

I вариант

Решите уравнение (1—5):

$$1. \log_5(x-1) \cdot \sqrt{-x^2+2x+3} = 0. \quad 2. (x^2-5x+4) \cdot \sqrt{\sin x} = 0.$$

$$3. \frac{x^2-5}{\cos \pi x + 1} = \frac{1-5x}{\cos \pi x + 1}. \quad 4. \frac{\cos x}{\sqrt{-x^2+x+2}} = 0.$$

$$5. \lg\left(\frac{x^2-5}{x+4}\right) = \lg\left(\frac{1-x}{x+4}\right).$$

6. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sqrt{x^2-7x+a} = x-3$.

II вариант

Решите уравнение (1—5):

$$1. \log_5(1-x) \cdot \sqrt{-x^2+x+6} = 0. \quad 2. (x^2-2x-3) \cdot \sqrt{\sin x} = 0.$$

$$3. \frac{x^2-4x}{\cos \pi x - 1} = \frac{6+x}{\cos \pi x - 1}. \quad 4. \frac{\cos x}{\sqrt{-x^2-x+2}} = 0.$$

$$5. \lg\left(\frac{x^2-2}{x+1}\right) = \lg\left(\frac{x+4}{x+1}\right).$$

6. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sqrt{x^2+5x-a} = x+3$.

III вариант

Решите уравнение (1—5):

$$1. \log_5(x-2) \cdot \sqrt{-x^2+4x+5} = 0. \quad 2. (x^2-x-2) \cdot \sqrt{\cos x} = 0.$$

$$3. \frac{2x^2+x}{\sin \pi x - 1} = \frac{2-2x}{\sin \pi x - 1}. \quad 4. \frac{\sin x}{\sqrt{-x^2+x+12}} = 0.$$

$$5. \lg\left(\frac{x^2-3}{x+2}\right) = \lg\left(\frac{3x+1}{x+2}\right).$$

6. Для каждого значения параметра a решите уравнение $\sqrt{x^2-8x+3a} = x-1$.

IV вариант

Решите уравнение (1—5):

$$1. \log_5(2-x) \cdot \sqrt{-x^2+2x+8} = 0. \quad 2. (x^2+x-2) \cdot \sqrt{\cos x} = 0.$$

IV вариант

Решите уравнение (1—5):

1. $\arccos(x^2 + 3x - 3,5) = \arccos(x + 4,5)$.
2. $\log_6(x^2 - 16) + \sqrt{x^2 - 16} = \log_6(x - 4) + \sqrt{x - 4}$.
3. $\operatorname{arctg}(2x^2 + 4x) = \operatorname{arctg}(x + 2)$.
4. $-\sqrt[9]{x^2 - 48x} + (0,6)^{x^2 - 48x} = -\sqrt[9]{52x - 99} + (0,6)^{52x - 99}$.
5. $\sqrt{x+4} + \sqrt{x+3} + \sqrt{x+2} = \sqrt{3x-1} + \sqrt{3x-2} + \sqrt{3x-3}$.

С-36 Решение неравенств с помощью систем

I вариант

Решите неравенство (1—5):

1. $\sqrt{2x+3} < x$.
2. $\sqrt{3x-2} > 2x-1$.
3. $\sqrt[4]{x^2-3} < \sqrt[4]{x+3}$.
4. $\log_2(x^3 - x + 10) > \log_2(x^3 + 5x^2 - 6x)$.
5. $x^2 - 6x + \sqrt{\sin x} < 2x - 12 + \sqrt{\sin x}$.

II вариант

Решите неравенство (1—5):

1. $\sqrt{3x-2} < x$.
2. $\sqrt{3x+4} > 2x+3$.
3. $\sqrt[6]{x^2-2} < \sqrt[6]{4-x}$.
4. $\log_3(x^3 - x + 24) > \log_3(x^3 + 4x^2 - 5x)$.
5. $x^2 + x + \sqrt{\cos x} < 3x + 3 + \sqrt{\cos x}$.

III вариант

Решите неравенство (1—5):

1. $\sqrt{5x-1} < x+1$.
2. $\sqrt{3x+3} > 2x-1$.
3. $\sqrt[6]{16-x^2} < \sqrt[6]{10-x}$.
4. $\log_{0,2}(x^3 - x + 12) < \log_{0,2}(x^3 + 2x^2 - 3x)$.
5. $x^2 - 4x + \sqrt{-\sin x} < 2x - 5 + \sqrt{-\sin x}$.

IV вариант

Решите неравенство (1—5):

1. $\sqrt{2x+6} < x-1$.
2. $\sqrt{2x+5} > 2x-1$.
3. $\sqrt[8]{16-x^2} < \sqrt[8]{2x+13}$.
4. $\log_{0,3}(x^3 - 7x + 18) < \log_{0,3}(x^3 + 3x^2 - 4x)$.
5. $x^2 - 2x + \sqrt{-\cos x} < x + 4 + \sqrt{-\cos x}$.

Решение неравенств с помощью систем С-37 (продолжение)

I вариант

Решите неравенство (1—4):

1. $(x-3)\log_2(x^2 - 6x + 9) < 0$.
2. $\frac{\lg x}{x^2 - 2x} > 0$.
3. $(\sqrt{47x^2 + 2} - \sqrt{46x^2 + 38})\log_{0,3} 3x > 0$.
4. $\sqrt[6]{2-x} < \sqrt[6]{\sqrt{x} + 2x}$.
5. Для каждого значения параметра a решите неравенство $\sqrt{5-2x} < \sqrt{x-a}$.

II вариант

Решите неравенство (1—4):

1. $(x-4)\log_2(x^2 - 8x + 16) > 0$.
2. $\frac{\lg x}{x^2 - 3x + 2} < 0$.
3. $(\sqrt{26x^2 + 1} - \sqrt{25x^2 + 17})\lg \frac{x}{5} < 0$.
4. $\sqrt[4]{3-x} < \sqrt[4]{\sqrt{x} + x}$.
5. Для каждого значения параметра a решите неравенство $\sqrt{5-x} < \sqrt{2x-a}$.

III вариант

Решите неравенство (1—4):

1. $(x^2 - 36)\log_{0,2}(x^2 - 12x + 36) < 0$.
2. $\frac{\sin x}{x^2 + 3x} > 0$.
3. $(\sqrt{56x^2 + 3} - \sqrt{55x^2 + 12})\lg \frac{x}{4} < 0$.
4. $\sqrt[8]{x+2} < \sqrt[8]{\sqrt{-x} - 2x}$.
5. Для каждого значения параметра a решите неравенство $\sqrt{7-2x} < \sqrt{x-a}$.

IV вариант

Решите неравенство (1—4):

1. $(x^2 - 25)\log_{0,5}(x^2 - 10x + 25) > 0$.
2. $\frac{\sin x}{x^2 - 3x} < 0$.
3. $(\sqrt{38x^2 + 1} - \sqrt{37x^2 + 26})\log_{0,4} 2x > 0$.
4. $\sqrt[6]{x+3} < \sqrt[6]{\sqrt{-x} - x}$.
5. Для каждого значения параметра a решите неравенство $\sqrt{7-x} < \sqrt{2x-a}$.

Контрольные работы

К-1 I вариант

- Функция $y=f(x)$ задана графиком (рис. 60). Укажите для этой функции: а) область определения; б) нули; в) промежутки знакопостоянства; г) промежутки возрастания (убывания); д) наибольшее и наименьшее значения функции; е) область изменения.

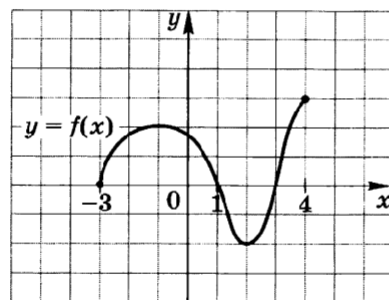


Рис. 60

- Найдите область определения функции $y = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x+1}$.
- Постройте график функции $y = (x-2)^2 - 1$. Укажите для этой функции: а) область определения; б) нули; в) промежутки знакопостоянства; г) промежутки возрастания (убывания); д) область изменения.
- Докажите, что функция $f(x)$ четная, если:
а) $f(x) = 7 \cos 4x + 3x^2$; б) $f(x) = \frac{x^2-x}{x+2} - \frac{x^2+x}{x-2}$.
- Найдите область определения функции:
а) $y = \sqrt{x^2-4} + \log_3(5-x)$; б) $y = \sqrt{9-\frac{1}{x^2}}$.
- Постройте график функции $y = 1 + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.
- Постройте график функции $y = \sqrt{|x|} - 2$. Укажите для этой функции: а) область определения; б) нули; в) промежутки знакопостоянства; г) промежутки возрастания (убывания); д) область изменения.

К-1 II вариант

- Функция $y=f(x)$ задана графиком (рис. 61). Укажите для этой функции: а) область определения; б) ну-

ли; в) промежутки знакопостоянства; г) промежутки возрастания (убывания); д) наибольшее и наименьшее значения функции; е) область изменения.

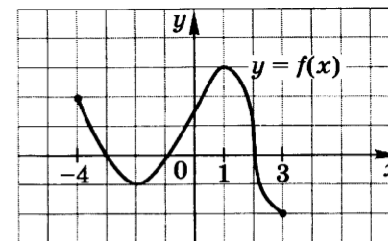


Рис. 61

- Найдите область определения функции $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x-1}$.
- Постройте график функции $y = (x-4)^2 - 1$. Укажите для этой функции: а) область определения; б) нули; в) промежутки знакопостоянства; г) промежутки возрастания (убывания); д) область изменения.
- Докажите, что функция $f(x)$ нечетная, если:
а) $f(x) = 8 \sin 3x - 2x^5$; б) $f(x) = \frac{x-1}{x+2} - \frac{x+1}{x-2}$.
- Найдите область определения функции:
а) $y = \sqrt{3-x} + \log_3(x^2-1)$; б) $y = \sqrt{\frac{1}{x^2}-4}$.
- Постройте график функции $y = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 1$.
- Постройте график функции $y = \sqrt{|x|} - 1$. Укажите для этой функции: а) область определения; б) нули; в) промежутки знакопостоянства; г) промежутки возрастания (убывания); д) область изменения.

К-1 III вариант

- Функция $y=f(x)$ задана графиком (рис. 62). Укажите для этой функции: а) область определения; б) нули; в) промежутки знакопостоянства; г) промежутки возрастания (убывания); д) наибольшее и наименьшее значения функции; е) область изменения.

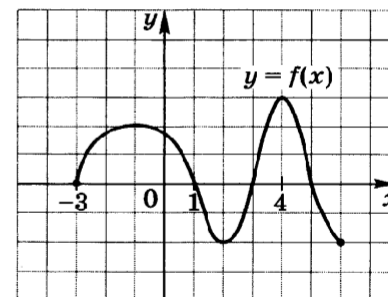


Рис. 62

5*. Найдите область определения функции:

$$\text{а) } y = \sqrt{-x^2 + x + 20} + \log_3(x^2 - 9); \quad \text{б) } y = \sqrt{\frac{4}{\frac{1}{x^2} - 1}}.$$

6*. Постройте график функции $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 2$.

7*. Постройте график функции $y = \sqrt{|x| - 1} - 2$. Укажите для этой функции: а) область определения; б) нули; в) промежутки знакопостоянства; г) промежутки возрастания (убывания); д) область изменения.

К-2 I вариант

1. Найдите $f'(x)$ и $f'(x_0)$, если:

$$\text{а) } f(x) = 3x^5 - 12x^2 + 6x + 2, x_0 = 1; \quad \text{б) } f(x) = x \sin x, x_0 = \frac{\pi}{2}.$$

2. Найдите $f'(x)$, если:

$$\text{а) } f(x) = \frac{2x+1}{x-3}; \quad \text{б) } f(x) = 5\sqrt[5]{x^3}; \quad \text{в) } f(x) = 5^x; \quad \text{г) } f(x) = \sqrt{2x-1}.$$

3. Вычислите значение производной функции $y = \operatorname{tg} 4x$ в точке $x_0 = -\frac{\pi}{4}$.

4. Найдите все значения x , при каждом из которых производная функции $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 11$ равна нулю.

5*. Найдите $f'(x)$, если:

$$\text{а) } f(x) = \frac{6}{\sqrt[3]{x}} + 3\sqrt[3]{x^4}; \quad \text{б) } f(x) = \ln(3+2x); \quad \text{в) } f(x) = x\sqrt{x^2+2x+3}.$$

6*. Точка движется по прямой. Зависимость ее координаты x от времени t задана формулой $x = 13 + 10t - 5t^2$. Найдите момент времени t , когда точка остановится.

7*. Найдите производную функции $f(x) = \ln \sqrt{\cos x}$.

К-2 II вариант

1. Найдите $f'(x)$ и $f'(x_0)$, если:

$$\text{а) } f(x) = -6x^4 + 5x^3 + 3x^2 + 3, x_0 = 1; \quad \text{б) } f(x) = x \cos x, x_0 = \frac{\pi}{2}.$$

2. Найдите $f'(x)$, если:

$$\text{а) } f(x) = \frac{2x-3}{x+1}; \quad \text{б) } f(x) = 7\sqrt[7]{x^3}; \quad \text{в) } f(x) = \log_5 x; \\ \text{г) } f(x) = \sqrt{4x-2}.$$

3. Вычислите значение производной функции $y = \operatorname{ctg} 3x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

4. Найдите все значения x , при каждом из которых производная функции $y = x^3 + 3x^2 - 9x - 13$ равна нулю.

5*. Найдите $f'(x)$, если:

$$\text{а) } f(x) = \frac{3}{\sqrt[3]{x}} - 6\sqrt[3]{x^4}; \quad \text{б) } f(x) = e^{3x+2}; \quad \text{в) } f(x) = x\sqrt{x^2-3x+4}.$$

6*. Точка движется по прямой. Зависимость ее координаты x от времени t задана формулой $x = 17 + 24t - 4t^2$. Найдите момент времени t , когда точка остановится.

7*. Найдите производную функции $f(x) = e^{\sqrt{\sin x}}$.

К-2 III вариант

1. Найдите $f'(x)$ и $f'(x_0)$, если:

$$\text{а) } f(x) = -5x^4 + 4x^3 + 6x^2 - 2x + 3, x_0 = 1;$$

$$\text{б) } f(x) = x \operatorname{tg} x, x_0 = \frac{\pi}{4}.$$

2. Найдите $f'(x)$, если:

$$\text{а) } f(x) = \frac{2x+3}{3x-2}; \quad \text{б) } f(x) = 5\sqrt[5]{x^4}; \quad \text{в) } f(x) = 10^x; \quad \text{г) } f(x) = \sqrt{4x+3}.$$

3. Вычислите значение производной функции $y = \cos 3x$ в точке $x_0 = -\frac{\pi}{6}$.

4. Найдите все значения x , при каждом из которых производная функции $y = x^3 - 4x^2 + 5x - 17$ равна нулю.

5*. Найдите $f'(x)$, если:

$$\text{а) } f(x) = \frac{6}{\sqrt[3]{x}} + 12\sqrt[3]{x^5}; \quad \text{б) } f(x) = \lg(4-3x);$$

$$\text{в) } f(x) = 4x\sqrt{3x^2-2x+1}.$$

6*. Точка движется по прямой. Зависимость ее координаты x от времени t задана формулой $x = 23 + 20t - 5t^2$. Найдите момент времени t , когда точка остановится.

7*. Найдите производную функции $f(x) = \ln \sqrt{5 + \sin x}$.

К-2 IV вариант

1. Найдите $f'(x)$ и $f'(x_0)$, если:

$$\text{а) } f(x) = 5x^3 - 4x^4 + 2x^2 - 3x + 5, x_0 = 1;$$

$$\text{б) } f(x) = x \operatorname{ctg} x, x_0 = \frac{\pi}{4}.$$

2. Найдите $f'(x)$, если:

а) $f(x) = \frac{3x-2}{2x+3}$; б) $f(x) = 7\sqrt[7]{x^6}$; в) $f(x) = \lg x$;

г) $f(x) = \sqrt{6x+5}$.

3. Вычислите значение производной функции $y = \sin 2x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{3}$.

4. Найдите все значения x , при каждом из которых производная функции $y = x^3 + 2x^2 - 7x - 13$ равна нулю.

5*. Найдите $f'(x)$, если:

а) $f(x) = \frac{12}{\sqrt[3]{x}} - 6\sqrt[3]{x^5}$; б) $f(x) = 10^{4x-3}$;

в) $f(x) = 3x\sqrt{4x^2 - 2x + 1}$.

6*. Точка движется по прямой. Зависимость ее координаты x от времени t задана формулой $x = 27 + 24t - 2t^2$. Найдите момент времени t , когда точка остановится.

7*. Найдите производную функции $f(x) = e^{\sqrt{5-\cos x}}$.

К-3 I вариант

1. Дана функция $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$. Найдите:

а) промежутки возрастания и убывания функции;
б) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-1; 2]$.

2. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 2$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

3. Исследуйте функцию $f(x) = x^3 - 3x$ и постройте ее график.

4. Число 72 представьте в виде суммы трех положительных чисел так, чтобы два из них были равны между собой, а сумма квадратов этих трех чисел была наименьшей.

5*. Дана функция $f(x) = \sqrt{-x^2 + 6x - 5}$. Найдите:

а) область определения функции;
б) промежутки возрастания и убывания функции;
в) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[2; 5]$.

6*. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 10$, параллельной прямой $y = -x + 5$.

7*. Определите промежутки выпуклости вверх (вниз) графика функции $y = 5x - \sin 2x$.

К-3 II вариант

1. Дана функция $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$. Найдите:

а) промежутки возрастания и убывания функции;
б) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-2; 1]$.

2. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 4$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

3. Исследуйте функцию $f(x) = x^4 - 2x^2$ и постройте ее график.

4. Число 78 представьте в виде суммы трех положительных чисел так, чтобы два из них были пропорциональны числам 1 и 3, а сумма квадратов этих трех чисел была наименьшей.

5*. Дана функция $f(x) = \sqrt{-x^2 + 8x - 7}$. Найдите:

а) область определения функции;
б) промежутки возрастания и убывания функции;
в) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[3; 7]$.

6*. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 + 3x^2 + x + 7$, параллельной прямой $y = -2x + 1$.

7*. Определите промежутки выпуклости вверх (вниз) графика функции $y = 7x + \cos 2x$.

К-3 III вариант

1. Дана функция $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2$. Найдите:

а) промежутки возрастания и убывания функции;
б) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-1; 1]$.

2. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.

3. Исследуйте функцию $f(x) = x^3 - 12x$ и постройте ее график.

4. Число 63 представьте в виде суммы трех положительных чисел так, чтобы два из них были пропорциональны числам 1 и 2, а произведение этих трех чисел было наибольшим.

5*. Дана функция $f(x) = \sqrt{-x^2 - 8x - 12}$. Найдите:

а) область определения функции;
б) промежутки возрастания и убывания функции;
в) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-5; -2]$.

- 6*. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 + 6x^2 + 15x - 3$, параллельной прямой $y = 3x + 5$.
- 7*. Определите промежутки выпуклости вверх (вниз) графика функции $y = 4x + \sin 3x$.

К-3 IV вариант

- Дана функция $f(x) = 2x^3 + 6x^2 - 1$. Найдите:
 - промежутки возрастания и убывания функции;
 - наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-3; 0]$.
- Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 + x^2 - 2x + 1$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$.
- Исследуйте функцию $f(x) = x^4 - 2x^2 + 2$ и постройте ее график.
- Число 66 представьте в виде суммы трех положительных чисел так, чтобы два из них были пропорциональны числам 1 и 3, а произведение этих трех чисел было наибольшим.
- Дана функция $f(x) = \sqrt{-x^2 - 6x - 5}$. Найдите:
 - область определения функции;
 - промежутки возрастания и убывания функции;
 - наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-4; -1]$.
- Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 6x^2 + 10x - 1$, параллельной прямой $y = -2x + 1$.
- Определите промежутки выпуклости вверх (вниз) графика функции $y = 6x - \cos 3x$.

К-4 I вариант

- Докажите, что функция $F(x)$ является первообразной для функции $f(x)$, если:
 - $F(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 11$ и $f(x) = 3x^2 - 10x + 7$, $x \in \mathbf{R}$;
 - $F(x) = 2x^5 + e^x$ и $f(x) = 10x^4 + e^x$, $x \in \mathbf{R}$.
- Найдите первообразную для функции:
 - $f(x) = \frac{1}{x^2} - 2 \sin x$, $x \neq 0$;
 - $f(x) = \frac{1}{x}$, $x > 0$.
- Найдите ту первообразную $F(x)$ для функции $f(x) = 4x^3 - 8x$, график которой проходит через точку $A(1; 3)$.
- Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$ и $y = 4$.

- 5*. Найдите:

$$\text{а) } \int \sqrt{3x+1} dx; \quad \text{б) } \int \frac{dx}{1+9x^2}.$$

- 6*. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 6x + 7$ и $y = -x^2 + 4x - 1$.

- 7*. Вычислите $\int_0^3 |x-2| dx$.

К-4 II вариант

- Докажите, что функция $F(x)$ является первообразной для функции $f(x)$, если:
 - $F(x) = x^3 + 4x^2 - 5x + 7$ и $f(x) = 3x^2 + 8x - 5$, $x \in \mathbf{R}$;
 - $F(x) = 3x^4 - \ln x$ и $f(x) = 12x^3 - \frac{1}{x}$, $x > 0$.
- Найдите первообразную для функции:
 - $f(x) = \frac{2}{x^3} + \cos x$, $x \neq 0$;
 - $f(x) = 3e^x$, $x \in \mathbf{R}$.
- Найдите ту первообразную $F(x)$ для функции $f(x) = 3x^2 + 4x$, график которой проходит через точку $A(1; 5)$.
- Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$ и $y = 9$.
- Найдите:
 - $\int \sqrt{4x+5} dx$;
 - $\int \frac{dx}{\sqrt{1-4x^2}}$.
- Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 4x + 2$ и $y = -x^2 + 6x - 6$.
- Вычислите $\int_0^3 |x-1| dx$.

К-4 III вариант

- Докажите, что функция $F(x)$ является первообразной для функции $f(x)$, если:
 - $F(x) = 3x^3 + 5x^2 + \operatorname{tg} x - 8$ и $f(x) = 9x^2 + 10x + \frac{1}{\cos^2 x}$, $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \mathbf{Z}$;
 - $F(x) = 6x^5 + \ln 6x$ и $f(x) = 30x^4 + \frac{1}{x}$, $x > 0$.
- Найдите первообразную для функции:
 - $f(x) = \frac{3}{x^4} + 4 \sin x$, $x \neq 0$;
 - $f(x) = \frac{1}{5x}$, $x > 0$.

К-5 I вариант

1. Решите уравнение $\sqrt[3]{x^3 - x^2 + 1} = \sqrt[3]{2x^2 - 2x + 1}$.

Решите неравенство (2—3):

2. $(x^2 + 3^x + 3)^5 > (x^2 + 9^x - 3^x)^5$. 3. $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2 + 2} > \left(\frac{1}{2}\right)^{3x}$.

Решите уравнение (4—7):

4. $\sqrt{x-5} = x-7$. 5. $\log_5(x+1) + \log_5(x-3) = 1$.

6*. $\sqrt{x^2 + \sqrt{x-3}} = \sqrt{2x + \sqrt{x}}$. 7*. $\frac{2\sin^2 x}{1 - \cos x} = 3$.

К-5 II вариант

1. Решите уравнение $\sqrt[5]{x^3 + 4x^2 - 2} = \sqrt[5]{x^2 + 4x - 2}$.

Решите неравенство (2—3):

2. $(x^3 + 2 \cdot 2^x + 2)^3 > (x^3 + 4^x + 2^x)^3$. 3. $8^{x^2+7} > 8^{3x+5}$.

Решите уравнение (4—7):

4. $\sqrt{x+3} = x-3$. 5. $\log_6(x+3) + \log_6(x-2) = 1$.

6*. $\sqrt{x^2 + 2x - \sqrt{x}} = \sqrt{3 - \sqrt{x}}$. 7*. $\frac{2\sin^2 x}{\cos x + 1} = 1$.

К-5 III вариант

1. Решите уравнение $\sqrt[7]{x^3 - 5x^2 + 11} = \sqrt[7]{2x^2 - 6x + 11}$.

Решите неравенство (2—3):

2. $(\sqrt[3]{x} + 3^{x+1} - 3)^9 > (\sqrt[3]{x} + 9^x - 3^x)^9$. 3. $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-3} > \left(\frac{1}{3}\right)^{3x-5}$.

Решите уравнение (4—7):

4. $\sqrt{x-2} = x-4$. 5. $\log_5(x+3) = 1 - \log_5(x-1)$.

6*. $\sqrt{x^2 - 5x + \sqrt{x}} = \sqrt{6 + \sqrt{x}}$. 7*. $\frac{2\cos^2 x}{\sin x - 1} = -3$.

К-5 IV вариант

1. Решите уравнение $\sqrt[9]{x^3 - 8x^2 + 13} = \sqrt[9]{2x^2 - 9x + 13}$.

Решите неравенство (2—3):

2. $(\sqrt[5]{x} + 2^{x+2} - 4)^7 > (\sqrt[5]{x} + 4^x - 2^x)^7$. 3. $11^{3x^2-1} > 11^{7x+5}$.

Решите уравнение (4—7):

4. $\sqrt{x-4} = x-6$.

5. $\log_6(x-3) = 1 - \log_6(x+2)$.

6*. $\sqrt{x^2 + 5x - \sqrt{x}} = \sqrt{6 - \sqrt{x}}$. 7*. $\frac{2\cos^2 x}{\sin x + 1} = 1$.

К-6 I вариант

Решите уравнение (1—4):

1. $\sqrt{x-6} = x-7$.

2. $\lg(x^3 - 5x^2 + 6x + 7) = \lg(x^3 - 4x^2 + 7x + 1)$.

3. $(x^2 - 5x - 14)\sqrt{x-6} = 0$. 4. $\frac{\sin 2\pi x}{4x-1} = \frac{1}{4x-1}$.

Решите неравенство (5—6):

5. $\sqrt{3x-2} \leq x$. 6*. $\sqrt{x+3} > x-3$.

7*. Решите уравнение $2^{3x+7} + \sqrt{3x+7} = 2^{x^2-11} + \sqrt{x^2-11}$.

К-6 II вариант

Решите уравнение (1—4):

1. $\sqrt{x+2} = x-3$.

2. $\lg(x^3 - 5x^2 + 3x + 21) = \lg(x^3 - 6x^2 + 4x + 27)$.

3. $(x^2 - 6x - 16)\sqrt{x-3} = 0$. 4. $\frac{\cos \pi x}{x-2} = \frac{1}{x-2}$.

Решите неравенство (5—6):

5. $\sqrt{x-5} < x-7$. 6*. $\sqrt{3x+4} \geq x$.

7*. Решите уравнение $5^{7x-1} + \sqrt{7x-1} = 5^{x^2-9} + \sqrt{x^2-9}$.

К-6 III вариант

Решите уравнение (1—4):

1. $\sqrt{x-3} = x-4$.

2. $\lg(x^3 - 2x^2 - 4x - 2) = \lg(x^3 - x^2 - 7x - 6)$.

3. $(x-1)\sqrt{x^2 - x - 12} = 0$. 4. $\frac{\cos 2\pi x}{2x-1} = \frac{-1}{2x-1}$.

Решите неравенство (5—6):

5. $\sqrt{3x+1} \leq x+1$. 6*. $\sqrt{x+4} > x-2$.

7*. Решите уравнение $3^{x^2-5} + \sqrt{x^2-5} = 3^{x+1} + \sqrt{x+1}$.

Решите уравнение (1—4):

1. $\sqrt{x+4} = x-3$.
2. $\lg(x^3 - 5x^2 - 2x + 6) = \lg(x^3 - 4x^2 - 6x + 1)$.
3. $(x+1)\sqrt{x^2 + 2x - 15} = 0$.
4. $\frac{\sin \pi x}{2x+1} = \frac{-1}{2x+1}$.

Решите неравенство (5—6):

5. $\sqrt{x-3} < x-5$.
- 6*. $\sqrt{3x+1} \geq x-1$.
- 7*. Решите уравнение $4^{x^2-14} + \sqrt{x^2-14} = 4^{x-2} + \sqrt{x-2}$.

К-7 I вариант

1. Решите уравнение $|x-3| - |2x-4| = -5$.

Решите неравенство (2—3):

2. $\log_{0,2}(x-2) + \log_{0,2} x > \log_{0,2}(2x-3)$.
3. $\frac{\sqrt{36-x^2} \cdot \log_{0,5} x}{x-2} \leq 0$.

Решите систему уравнений (4—5):

4. $\begin{cases} 3\sqrt{x+y} - 2\sqrt{x-y} = 4 \\ 2\sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} = 3 \end{cases}$
5. $\begin{cases} 2^{\log_2(x+y+1)} = x^2 + y - 1 \\ \log_{\sqrt{29}}(y^2 + 2x) = 2 \end{cases}$

- 6*. Решите уравнение $\log_x(x^2+3) = \log_x(4x)$.

- 7*. Решите неравенство $x^2 - 2x + 2 \leq \cos \pi(x+1)$.

К-7 II вариант

1. Решите уравнение $|x-2| - |2x+2| = 1$.

Решите неравенство (2—3):

2. $\log_3(x+2) + \log_3 x < \log_3(2x+1)$.
3. $\frac{\sqrt{49-x^2} \cdot \log_5 x}{x-5} \geq 0$.

Решите систему уравнений (4—5):

4. $\begin{cases} 2\sqrt{x+y} - 3\sqrt{x-y} = 3 \\ 3\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} = 10 \end{cases}$
5. $\begin{cases} 3^{\log_3(x-y+1)} = x^2 - y - 1 \\ \log_{\sqrt{21}}(y^2 - 2x) = 2 \end{cases}$

- 6*. Решите уравнение $\log_x(x^2+4) = \log_x(5x)$.

- 7*. Решите неравенство $x^2 - 4x + 5 \leq \sin \pi \left(x + \frac{1}{2}\right)$.

К-1. I вар. 1. а) $[-3; 4]$; б) $-3; 1; 3$; в) $f(x) > 0$ при $x \in (-3; 1) \cup (3; 4]$; $f(x) < 0$ при $x \in (1; 3)$; г) $f(x)$ возрастает на промежутках $[-3; -1]$ и $[2; 4]$, убывает на промежутке $[-1; 2]$; д) $3; -2$; е) $[-2; 3]$. 2. $[-3; -1) \cup (-1; 3]$. 3. а) R ; б) $1, 3$; в) $f(x) > 0$ при $x \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$; $f(x) < 0$ при $x \in (1; 3)$; г) $f(x)$ возрастает на промежутке $[2; +\infty)$, убывает на промежутке $(-\infty; 2]$; д) $[-1; +\infty)$. 5. а) $(-\infty; -2] \cup [2; 5)$; б) $(-\infty; -\frac{1}{3}] \cup [\frac{1}{3}; +\infty)$. 7. а) R ; б) $-4, 4$; в) $f(x) > 0$ при $x \in (-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$; $f(x) < 0$ при $x \in (-4; 4)$; г) $f(x)$ возрастает на промежутке $[0; +\infty)$, убывает на промежутке $(-\infty; 0]$; д) $[-2; +\infty)$. **II вар. 1.** а) $[-4; 3]$; б) $-3; -1; 2$; в) $f(x) > 0$ при $x \in [-4; -3) \cup (-1; 2]$; $f(x) < 0$ при $x \in (-3; -1) \cup (2; 3]$; г) $f(x)$ возрастает на промежутке $[-2; 1]$, убывает на промежутках $[-4; -2]$ и $[1; 3]$; д) $3; -2$; е) $[-2; 3]$. 2. $[-2; 1) \cup (1; 2]$. 3. а) R ; б) $3, 5$; в) $f(x) > 0$ при $x \in (-\infty; 3) \cup (5; +\infty)$; $f(x) < 0$ при $x \in (3; 5)$; г) $f(x)$ возрастает на промежутке $[4; +\infty)$, убывает на промежутке $(-\infty; 4]$; д) $[-1; +\infty)$. 5. а) $(-\infty; -1) \cup (1; 3]$; б) $[-\frac{1}{2}; 0) \cup (0; \frac{1}{2}]$. 7. а) R ; б) $-1; 1$; в) $f(x) > 0$ при $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$; $f(x) < 0$ при $x \in (-1; 1)$; г) $f(x)$ возрастает на промежутке $[0; +\infty)$, убывает на промежутке $(-\infty; 0]$; д) $[-1; +\infty)$. **III вар. 1.** а) $[-3; 6]$; б) $-3; 1; 3; 5$; в) $f(x) > 0$ при $x \in (-3; 1) \cup (3; 5)$; $f(x) < 0$ при $x \in (1; 3) \cup (5; 6]$; г) $f(x)$ возрастает на промежутках $[-3; -1]$ и $[2; 4]$, убывает на промежутках $[-1; 2]$ и $[4; 6]$; д) $3; -2$; е) $[-2; 3]$. 2. $[-5; 3) \cup (3; 5]$. 3. а) R ; б) $-5; -1$; в) $f(x) > 0$ при $x \in (-\infty; -5) \cup (-1; +\infty)$; $f(x) < 0$ при $x \in (-5; -1)$; г) $f(x)$ возрастает на промежутке $[-3; +\infty)$, убывает на промежутке $(-\infty; -3]$; д) $[-4; +\infty)$. 5. а) $(-3; -1) \cup [1; 4)$; б) $(-2; 0) \cup (0; 2)$. 7. а) $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$; б) $-3; 3$; в) $f(x) > 0$ при $x \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$; $f(x) < 0$ при $x \in (-3; -2] \cup [2; 3)$; г) $f(x)$ возрастает на промежутке $[2; +\infty)$, убывает на промежутке $(-\infty; -2]$; д) $[-1; +\infty)$. **IV вар. 1.** а) $[-4; 5]$; б) $-3; -1; 2; 4$; в) $f(x) > 0$ при $x \in [-4; -3) \cup (-1; 2) \cup (4; 5]$; $f(x) < 0$ при $x \in (-3; -1) \cup (2; 4)$; г) $f(x)$ возрастает на промежутках $[-2; 1]$ и $[3; 5]$, убывает на промежутках $[-4; -2]$ и $[1; 3]$; д) $3; -2$; е) $[-2; 3]$. 2. $[-4; -3) \cup (-3; 4]$. 3. а) R ; б) $-4, 0$; в) $f(x) > 0$ при $x \in (-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$; $f(x) < 0$ при $x \in (-4; 0)$; г) $f(x)$ возрастает на промежутке $[-2; +\infty)$, убывает на промежутке $(-\infty; -2]$; д) $[-4; +\infty)$. 5. а) $[-4; -3) \cup (3; 5]$; б) $(-1; 0) \cup (0; 1)$. 7. а) $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$; б) $-5; 5$; в) $f(x) > 0$ при $x \in (-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$; $f(x) < 0$ при $x \in (-5; -1] \cup [1; 5)$; г) $f(x)$ возрастает на промежутке $[1; +\infty)$, убывает на промежутке $(-\infty; -1]$; д) $[-2; +\infty)$.

K-2. I вар. 1. а) $f'(x) = 15x^4 - 24x + 6$; $f'(1) = -3$; б) $f'(x) = \sin x + x \cos x$; $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$. 2. а) $\frac{-7}{(x-3)^2}$; б) $\frac{3}{\sqrt[5]{x^2}}$; в) $5^x \ln 5$; г) $\frac{1}{\sqrt{2x-1}}$.
 3. 4. 4. 1; 3. 5. а) $-\frac{2}{\sqrt[3]{x^4}} + 4\sqrt[3]{x}$; б) $\frac{2}{3+2x}$; в) $\frac{2x^2+3x+3}{\sqrt{x^2+2x+3}}$.
 6. $t=1$ с. 7. $-\frac{1}{2} \operatorname{tg} x$. **II вар.** 1. а) $f'(x) = -24x^3 + 15x^2 + 6x$; $f'(1) = -3$; б) $f'(x) = \cos x - x \sin x$; $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2}$. 2. а) $\frac{5}{(x+1)^2}$; б) $\frac{3}{\sqrt[7]{x^4}}$; в) $\frac{1}{x \ln 5}$; г) $\frac{2}{\sqrt{4x-2}}$. 3. -3. 4. 1; -3. 5. а) $-\frac{1}{\sqrt[3]{x^4}} - 8\sqrt[3]{x}$; б) $3e^{3x+2}$; в) $\frac{4x^2-9x+8}{2\sqrt{x^2-3x+4}}$. 6. $t=3$ с. 7. $\frac{\cos x \cdot e^{\sqrt{\sin x}}}{2\sqrt{\sin x}}$.
III. вар. 1. а) $f'(x) = -20x^3 + 12x^2 + 12x - 2$; $f'(1) = 2$; б) $f'(x) = \operatorname{tg} x + \frac{x}{\cos^2 x}$; $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1 + \frac{\pi}{2}$. 2. а) $\frac{-13}{(3x-2)^2}$; б) $\frac{4}{\sqrt[5]{x}}$; в) $10^x \ln 10$; г) $\frac{2}{\sqrt{4x+3}}$. 3. 3. 4. 1, $\frac{5}{3}$. 5. а) $-\frac{2}{\sqrt[3]{x^4}} + 20\sqrt[3]{x^2}$; б) $\frac{3}{(3x-4)\lg 10}$; в) $\frac{24x^2-12x+4}{\sqrt{3x^2-2x+1}}$. 6. $t=2$ с. 7. $\frac{\cos x}{10+2\sin x}$. **IV вар.** 1. а) $f'(x) = -16x^3 + 15x^2 + 4x - 3$; $f'(1) = 0$; б) $f'(x) = \operatorname{ctg} x - \frac{x}{\sin^2 x}$; $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1 - \frac{\pi}{2}$. 2. а) $\frac{13}{(2x+3)^2}$; б) $\frac{6}{\sqrt[7]{x}}$; в) $\frac{1}{x \ln 10}$; г) $\frac{3}{\sqrt{6x+5}}$. 3. -1. 4. 1; $-\frac{7}{3}$. 5. а) $-\frac{4}{\sqrt[3]{x^4}} - 10\sqrt[3]{x^2}$; б) $4 \cdot 10^{4x-3} \cdot \ln 10$; в) $\frac{24x^2-9x+3}{\sqrt{4x^2-2x+1}}$. 6. $t=6$ с. 7. $\frac{\sin x \cdot e^{\sqrt{5-\cos x}}}{2\sqrt{5-\cos x}}$.

K-3. I вар. 1. а) $f(x)$ возрастает на промежутках $(-\infty; -1]$ и $[0; +\infty)$, убывает на промежутке $[-1; 0]$; б) 27 и -1. 2. $y = 7x - 3$. 4. 24, 24, 24. 5. а) $[1; 5]$; б) $f(x)$ возрастает на промежутке $[1; 3]$, убывает на промежутке $[3; 5]$; в) 2; 0. 6. $y = -x + 11$. 7. График функции имеет выпуклость вверх на промежутках $\left(\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi + \pi n\right)$, $n \in \mathbb{Z}$, выпуклость вниз на промежутках $\left(\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right)$, $n \in \mathbb{Z}$.

II вар. 1. а) $f(x)$ возрастает на промежутках $(-\infty; 0]$ и $[2; +\infty)$, убывает на промежутке $[0; 2]$; б) 1 и -19. 2. $y = -x + 5$. 4. 12, 36, 30. 5. а) $[1; 7]$; б) $f(x)$ возрастает на промежутке $[1; 4]$,

убывает на промежутке $[4; 7]$; в) 3; 0. 6. $y = -2x + 6$. 7. График функции имеет выпуклость вниз на промежутках $\left(-\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{4} + \pi n\right)$, $n \in \mathbb{Z}$, выпуклость вверх на промежутках $\left(\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{3\pi}{4} + \pi n\right)$,

$n \in \mathbb{Z}$. **III вар.** 1. а) $f(x)$ возрастает на промежутках $(-\infty; 0]$ и $[1; +\infty)$, убывает на промежутке $[0; 1]$; б) 2 и -3. 2. $y = 2x - 5$. 4. 14, 28, 21. 5. а) $[-6; -2]$; б) $f(x)$ возрастает на промежутке $[-6; -4]$, убывает на промежутке $[-4; -2]$; в) 2; 0. 6. $y = 3x - 11$. 7. График функции имеет выпуклость вверх на промежутках $\left(\frac{2\pi n}{3}; \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi n}{3}\right)$, $n \in \mathbb{Z}$, выпуклость вниз на промежутках $\left(\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi n}{3}; \frac{2\pi}{3} + \frac{2\pi n}{3}\right)$, $n \in \mathbb{Z}$. **IV вар.** 1. а) $f(x)$ возрастает на промежутках $(-\infty; -2]$ и $[0; +\infty)$, убывает на промежутке $[-2; 0]$; б) 7 и -1. 2. $y = -x + 2$. 4. 11, 33, 22. 5. а) $[-5; -1]$; б) $f(x)$ возрастает на промежутке $[-5; -3]$, убывает на промежутке $[-3; -1]$; в) 2; 0. 6. $y = -2x + 7$. 7. График функции имеет выпуклость вниз на промежутках $\left(\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi n}{3}; \frac{5\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}\right)$, $n \in \mathbb{Z}$, выпуклость вверх на промежутках $\left(\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}; \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi n}{3}\right)$, $n \in \mathbb{Z}$.

K-4. I вар. 2. а) $F(x) = -\frac{1}{x} + 2 \cos x + C$; б) $F(x) = \ln|x| + C$. 3. $F(x) = x^4 - 4x^2 + 6$. 4. $10 \frac{2}{3}$. 5. а) $\frac{2}{9} \sqrt{(3x+1)^3} + C$; б) $\frac{1}{3} \operatorname{arctg}(3x) + C$. 6. 9. 7. 2,5. **II вар.** 2. а) $F(x) = -\frac{1}{x^2} + \sin x + C$; б) $F(x) = 3e^x + C$. 3. $F(x) = x^3 + 2x^2 + 2$. 4. 36. 5. а) $\frac{1}{6} \sqrt{(4x+5)^3} + C$; б) $\frac{1}{2} \arcsin(2x) + C$. 6. 9. 7. 2,5. **III вар.** 2. а) $F(x) = -\frac{1}{x^3} - 4 \cos x + C$; б) $F(x) = \frac{1}{5} \ln x + C$. 3. $F(x) = -x^4 - \frac{1}{x} + 4$. 4. $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$. 5. а) $-\frac{1}{6} \sqrt{(5-4x)^3} + C$; б) $\frac{1}{4} \operatorname{arctg}(4x) + C$. 6. 16. 7. 1,5. **IV вар.** 2. а) $F(x) = -\frac{1}{x^4} - 3 \sin x + C$; б) $F(x) = 5 \ln x + C$. 3. $F(x) = -x^3 - \frac{1}{x} + 6$. 4. $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$. 5. а) $-\frac{2}{15} \sqrt{(6-5x)^3} + C$; б) $\frac{1}{3} \arcsin(3x) + C$. 6. 16. 7. 3,5.

K-5. I вар. 1. 0; 1; 2. 2. $(-\infty; 1)$. 3. $(1; 2)$. 4. 9. 5. 4. 6. 3. 7. $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. **II вар.** 1. -4; 0; 1. 2. $(-\infty; 1)$. 3. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. 4. 6. 5. 3. 6. 1. 7. $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. **III вар.** 1. 0; 1; 6.

2. (0; 1). 3. (1; 2). 4. 6. 5. 2. 6. 6. 7. $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$.
 IV вар. 1. 0; 1; 9. 2. (0; 2). 3. $(-\infty; -\frac{2}{3}) \cup (3; +\infty)$. 4. 8. 5. 4.
 6. 1. 7. $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$.

К-6. I вар. 1. $\frac{15+\sqrt{5}}{2}$. 2. 2. 3. 6; 7. 4. $\frac{1}{4} + n, n \in \mathbf{Z}, n \neq 0$.
 5. $[\frac{2}{3}; 1] \cup [2; +\infty)$. 6. $[-3; 6)$. 7. 6. II вар. 1. $\frac{7+\sqrt{21}}{2}$. 2. 3.
 3. 3; 8. 4. $2n, n \in \mathbf{Z}, n \neq 1$. 5. (9; $+\infty$). 6. $[-\frac{4}{3}; 4]$. 7. 8.
 III вар. 1. $\frac{9+\sqrt{5}}{2}$. 2. 4. 3. -3; 4. 4. $\frac{1}{2} + n, n \in \mathbf{Z}, n \neq 0$.
 5. $[-\frac{1}{3}; 0] \cup [1; +\infty)$. 6. $[-4; 5)$. 7. 3. IV вар. 1. $\frac{7+\sqrt{29}}{2}$. 2. -1.
 3. -5; 3. 4. $-\frac{1}{2} + 2n, n \in \mathbf{Z}, n \neq 0$. 5. (7; $+\infty$). 6. $[-\frac{1}{3}; 5]$. 7. 4.

К-7. I вар. 1. -4; 6. 2. (2; 3). 3. (0; 1] $\cup$ (2; 6]. 4. (2,5; 1,5).
 5. (2; 5); (-1; $\sqrt{31}$). 6. 3. 7. 1. II вар. 1. -3; $-\frac{1}{3}$. 2. (0; 1).
 3. (0; 1] $\cup$ (5; 7]. 4. (5; 4). 5. (-1; $-\sqrt{19}$); (2; -5). 6. 4. 7. 2.
 III вар. 1. 3; 7. 2. (1; 2). 3. (0; 1] $\cup$ (2; 3]. 4. (2,5; 1,5). 5. (3; $-4\sqrt{2}$),
 (-2; $-\sqrt{17}$). 6. 5. 7. -1. IV вар. 1. 0; 9. 2. (-1; 0). 3. (0; 1] $\cup$ (3; 4].
 4. (2,5; -1,5). 5. (-1; $\sqrt{15}$), (2; 3). 6. 6. 7. -2.

Информационно-методическое обеспечение Литература для учителя

1. Федеральный государственный образовательный стандарт общего образования.
2. Программы общеобразовательных учреждений. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы./ Т. А. Бурмистрова – М.:Просвещение,2010.

Литература для ученика

1. А г а х а н о в Н. Х. Математика. Районные олимпиады. 6-11 классы / Н. Х. Агаханов, О. К. Подлипский – М.: Просвещение , 2 010.
2. Г а ш к о в С. Б. Примени математику / С. Б Гашков, С. Н. Олехник , С.Б. Сергеев. - М.: Наука , 1989.
3. Г л е й з е р Г. И. История математики в школе :IX-X кл. / Г. И. Глейзер. - М.: Просвещение, 1983.
4. К о р д е м с к и й Б. А. Математическая смекалка / Б. А. Кордемский. - М.: Наука ,1991.
- 5.Математика : школьная энциклопедия / Под .ред. С.М. Никольского- М.: Научное издательство «Большая Российская энциклопедия » ,1999.
6. Н е с т е р е н к о Ю.В. Лучшие задачи на смекалку /Ю. В. Нестеренко, С.Н. Олехник, М.К. Потапов. -М.: Дрофа, 2006.
7. О л е х н и к С.Н. Старинные занимательные задачи./ С.Н. Олехник, Ю. В. Нестеренко, М.К. Потапов. - М.: Дрофа, 2006.
8. П е р е л ь м а н И.Я. Занимательная алгебра. Занимательная геометрия. / И.Я Перельман. - М.: АСТ: Астрель, 2002.
9. Шевкин. А. В. Школьная математическая олимпиада. Задачи и решения. Вып.1,2.-М.:Илекса,2008-2012.
10. Шевкин. А. В. Текстовые задачи по математике. 7-11 кл.- М.: Илекса, 2012.
11. Шевкин. А. В. ЕГЭ. Математика. Задания С6/ А. В. Шевкин, Ю. О. Пукас.-М.:Экзамен,2012.

Перечень интернет - ресурсов и других электронных информационных источников

1. [http:// le-savchen.ucoz.ru](http://le-savchen.ucoz.ru)
2. <http://fcior.edu.ru>
3. <http://school-collection.edu.ru>
4. <http://www.shevkin.ru>
5. <http://old.fipi.ru>
6. <http://etudes.ru>